

**МИНИСТЕРСТВО ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский  
университет имени Н.И. Пирогова»**

**Министерства здравоохранения Российской Федерации  
ФГАОУ ВО РНИМУ им Н.И.Пирогова Минздрава России (Пироговский Университет)**

**Институт биомедицины (МБФ)**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Директор Института**

**Прохорчук Егор Борисович**

**Доктор биологических наук,  
Член-корреспондент  
Российской академии наук**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б.1.О.20 Теория вероятности и математическая статистика  
для образовательной программы высшего образования - программы специалитета  
по специальности**

**06.05.02 Фундаментальная и прикладная биология  
направленность (профиль)  
Биомедицина**

**Год начала подготовки - 2024**

Настоящая рабочая программа дисциплины Б.1.О.20 Теория вероятности и математическая статистика (далее – рабочая программа дисциплины) является частью программы специалитета по специальности 06.05.02 Фундаментальная и прикладная биология.

Направленность (профиль): Биомедицина.

Форма обучения: очная.

Составители:

| №, п/п | Фамилия, Имя, Отчество    | Учёная степень, звание                       | Должность           | Место работы                                                                |
|--------|---------------------------|----------------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1      | Бойко Александр Яковлевич | кандидат физико-математических наук, доцент  | доцент              | ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России (Пироговский Университет) |
| 2      | Ширяев Олег Борисович     | доктор физико-математических наук, профессор | заведующий кафедрой | ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России (Пироговский Университет) |

Рабочая программа дисциплины рекомендована к утверждению рецензентами:

| № п/п | Фамилия, Имя, Отчество      | Учёная степень, звание             | Должность           | Место работы                                                                |
|-------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Зарубина Татьяна Васильевна | доктор медицинских наук, профессор | заведующий кафедрой | ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России (Пироговский Университет) |

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры

«Кафедра высшей математики МБФ»  
протокол от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ № \_\_\_\_\_

**Зав. кафедрой**  
Ширяев Олег Борисович  
Доктор физико-математических наук

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена ученым советом

« \_\_\_\_\_ »  
протокол от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ № \_\_\_\_\_

**Директор Института**  
Прохорчук Егор Борисович  
Доктор биологических наук,  
Член-корреспондент  
Российской академии наук

Нормативно-правовые основы разработки и реализации рабочей программы дисциплины:

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – специалитет по специальности 06.05.02 Биомедицина, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «27» июля 2021 г. № 675 рук.
2. Устав и локальные нормативные акты Университета.
3. Общая характеристика образовательной программы.
4. Учебный план образовательной программы.

© федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский университет имени Н.И. Пирогова» Министерства здравоохранения Российской Федерации

## **1. Общие положения**

### **1.1. Цель и задачи освоения дисциплины**

1.1.1. Цель: Целью освоения дисциплины «теория вероятности и математическая статистика» является подготовка высокопрофессионального специалиста, владеющего математическими знаниями, умениями и навыками, позволяющими ему применять теорию вероятности и математическую статистику как инструмент логического анализа, численных расчетов и оценок, построения математических моделей физико-химического, биологического и медицинского содержания, обработки экспериментальных данных в своей профессиональной деятельности.

1.1.2. Задачи, решаемые в ходе освоения дисциплины:

- Изучение фундаментальных понятий, свойств, методов и применения основных разделов теории вероятности и математической статистики для вычисления вероятностей событий, построения оценок, проверки гипотез, выявления зависимостей.
- Приобретение студентами знаний о методах построения вероятностных моделей и использования теории вероятности и математической статистики для изучения естественнонаучных и медико-биологических дисциплин.
- Формирование базовых навыков применения статистических методов для обработки медико-биологических данных.
- Формирование навыков изучения научной литературы и использования справочной литературы при математической обработке данных.
- Формирование у студентов навыков общения с коллективом.

### **1.2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Теория вероятности и математическая статистика» изучается в 3, 4 семестре (ах) и относится к обязательной части Блока Б.1 «Дисциплины». Является обязательной дисциплиной.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7.0 з.е.

Для успешного освоения настоящей дисциплины обучающиеся в рамках образовательной программы должны освоить следующие дисциплины и практики: Высшая математика.

Знания, умения и опыт практической деятельности, приобретенные при освоении настоящей дисциплины, необходимы для успешного освоения дисциплин: Биоинформатика; Микробиология, вирусология; Молекулярная биология.

### 1.3. Планируемые результаты освоения дисциплины

#### 3 семестр

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                      | Планируемые результаты освоения дисциплины                                                                                                                                                                    |
| <b>ОПК-3 Способен использовать знание современных теоретических и методических подходов точных и смежных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности</b>                                                                                               |                                                                                                                                                                                                               |
| ОПК-3.ИД1 Использует знание современных теоретических и методических подходов точных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности                                                                                                                       | <b>Знать:</b> О надежности и валидности «ручных» методов статистического анализа данных, при решении научных, прикладных и экспертных задач.                                                                  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> Проводить сравнительную оценку надежности и валидности методов статистического анализа данных, применимых при решении научных, прикладных и экспертных задач                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> Сравнительной оценки надежности и валидности методов статистического анализа данных, применимых при решении научных, прикладных и экспертных задач |
| ОПК-3.ИД2 Использует знание современных теоретических и методических подходов естественных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности                                                                                                                 | <b>Знать:</b> Об особенностях использования надежных и валидных методов статистического анализа данных при решении научных, прикладных и экспертных задач                                                     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> Применять надежные и валидные методы статистического анализа данных при решении научных и прикладных задач.                                                                                     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> Применения надежных и валидных методов статистического анализа данных для проведения психологической оценки при решении научных и прикладных задач |
| <b>ОПК-6 Способен анализировать и интерпретировать результаты своей профессиональной деятельности, предлагать пути их развития и внедрения, представлять их в письменной и устной форме для различных контингентов слушателей согласно нормам, принятым в профессиональном сообществе</b> |                                                                                                                                                                                                               |
| ОПК-6.ИД1 Анализирует интерпретирует результаты своей профессиональной деятельности                                                                                                                                                                                                       | <b>Знать:</b> основные методы планирования эксперимента и статистического анализа результатов эксперимента                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> Использовать методы статистики для определения плана эксперимента, объема выборки, конечных пунктов исследования                                                                                |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> методами используемыми в доказательной медицине для получения статистически значимых результатов исследования                                      |

#### 4 семестр

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                      | Планируемые результаты освоения дисциплины                                                                                                                         |
| <b>ОПК-3 Способен использовать знание современных теоретических и методических подходов точных и смежных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности</b>                                                                                               |                                                                                                                                                                    |
| ОПК-3.ИД1 Использует знание современных теоретических и методических подходов точных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности                                                                                                                       | <b>Знать:</b> знать современные теоретические и методические подходы для точных наук при решении междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> рассчитать медико-статистические показатели, определить ключевые и переменные понятия, которые применяются в научной сфере                           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> решением междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности                                  |
| ОПК-3.ИД2 Использует знание современных теоретических и методических подходов естественных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности                                                                                                                 | <b>Знать:</b> знание современных теоретических и методических подходов естественных наук для решения междисциплинарных задач в сфере профессиональной деятельности |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> рассчитать медико-статистические показатели                                                                                                          |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> методами обработки статистических данных                                                                |
| <b>ОПК-6 Способен анализировать и интерпретировать результаты своей профессиональной деятельности, предлагать пути их развития и внедрения, представлять их в письменной и устной форме для различных контингентов слушателей согласно нормам, принятым в профессиональном сообществе</b> |                                                                                                                                                                    |
| ОПК-6.ИД1 Анализирует и интерпретирует результаты своей профессиональной деятельности                                                                                                                                                                                                     | <b>Знать:</b> методы и критерии статистического сопровождения профессиональной деятельности                                                                        |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Уметь:</b> проводить статистический анализ данных, возникающий в ходе профессиональной деятельности                                                             |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):</b> статистической проверки результатов                                                                     |

## 2.Формы работы обучающихся, виды учебных занятий и их трудоёмкость

| Формы работы обучающихся / Виды учебных занятий / Формы промежуточной аттестации                              |                                        | Всего часов | Распределение часов по семестрам |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-------------|----------------------------------|------|
|                                                                                                               |                                        |             | 3                                | 4    |
| Учебные занятия                                                                                               |                                        |             |                                  |      |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем в семестре (КРО), в т.ч.:                                      |                                        | 125         | 61                               | 64   |
| Лекционное занятие (ЛЗ)                                                                                       |                                        | 32          | 16                               | 16   |
| Лабораторно-практическое занятие (ЛПЗ)                                                                        |                                        | 84          | 42                               | 42   |
| Коллоквиум (К)                                                                                                |                                        | 9           | 3                                | 6    |
| Самостоятельная работа обучающихся в семестре (СРО), в т.ч.:                                                  |                                        | 88          | 44                               | 44   |
| Подготовка к учебным аудиторным занятиям                                                                      |                                        | 72          | 36                               | 36   |
| Иные виды самостоятельной работы (в т.ч. выполнение практических заданий проектного, творческого и др. типов) |                                        | 16          | 8                                | 8    |
| Промежуточная аттестация:                                                                                     |                                        |             |                                  |      |
| Контактная работа обучающихся в ходе промежуточной аттестации (КРПА), в т.ч.:                                 |                                        | 12          | 3                                | 9    |
| Экзамен (Э)**                                                                                                 |                                        | 9           | 0                                | 9    |
| Зачет (З)*                                                                                                    |                                        | 3           | 3                                | 0    |
| Самостоятельная работа обучающихся при подготовке к промежуточной аттестации (СРПА)**                         |                                        | 27          | 0                                | 27   |
| Общая трудоемкость дисциплины (ОТД)                                                                           | в часах: ОТД = КРО+СРО+КРПА+СРПА       | 252         | 108                              | 144  |
|                                                                                                               | в зачетных единицах: ОТД (в часах): 36 | 7,00        | 3,00                             | 4,00 |

\* Время для проведения промежуточной аттестации в форме зачёта выделяется в рамках контактной работы (ДВЗ) Проведение промежуточной аттестации в форме зачёта организуется в соответствии с расписанием занятий.

\*\* Промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине в форме экзамена организуется в рамках экзаменационной сессии согласно расписанию экзаменов. Время на подготовку к экзамену и его прохождение устанавливается учебным планом образовательной программы.

### 3. Содержание дисциплины

#### 3.1. Содержание разделов, тем дисциплины

#### 3 семестр

| № п /п                               | Шифр компетенции                | Наименование раздела, темы дисциплины                                       | Содержание раздела и темы в дидактических единицах                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Раздел 1. Теория вероятности.</b> |                                 |                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 1                                    | ОПК-3.ИД1, ОПК-3.ИД2, ОПК-6.ИД1 | Тема 1. Основы теории вероятности.                                          | 1. Различные определения вероятности события. Основные задачи ТВ и МС. 2.Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Условная вероятность. 3.Принцип умножения и основные формулы комбинаторики. Урновые модели, схемы выбора с возвращением и без возвращения. Методы решения задач на классическое определение вероятности. 4.Основные вычислительные формулы ТВ: вероятность объединения и пересечения событий, формула полной вероятности, формула Байеса. 5.Общее определение вероятности события: конечное число не равновозможных элементарных исходов, бесконечное число элементарных исходов при геометрическом определении вероятности.                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 2                                    | ОПК-3.ИД1, ОПК-3.ИД2, ОПК-6.ИД1 | Тема 2. Одномерные случайные величины – дискретные, непрерывные, смешанные. | 6.Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения: биномиальное, геометрическое, отрицательное биномиальное, пуассоновское, полиномиальное. 7. Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили. Характеристики положения и рассеяния. Безразмерные величины – коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса. 8.Нормальное распределение. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального. 9.Оценка вероятности по частоте появления события.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 3                                    | ОПК-3.ИД1, ОПК-3.ИД2, ОПК-6.ИД1 | Тема 3. Многомерные случайные величины.                                     | 10.Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Безусловные и условные (краевые) распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций. 11.Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Неравенства Маркова и Чебышева. Использование индикаторов событий при вычислении моментов. 12.Функции случайных аргументов. Примеры – случайная величина хи-квадрат, униформирующее преобразование. Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного. Методы линеаризации. Преобразования стабилизирующие дисперсию. 13.Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Производящие функции для суммы, разности и линейных комбинаций независимых случайных величин. 14.Центральная предельная теорема. 15.Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия. 16. Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин. |

#### 4 семестр

| № п /п                                      | Шифр компетенции | Наименование раздела, темы дисциплины | Содержание раздела и темы в дидактических единицах |
|---------------------------------------------|------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <b>Раздел 1. Математическая статистика.</b> |                  |                                       |                                                    |

| № п /п | Шифр компетенции                      | Наименование раздела, темы дисциплины                                                                    | Содержание раздела и темы в дидактических единицах                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | ОПК-3.ИД1,<br>ОПК-3.ИД2,<br>ОПК-6.ИД1 | Тема 1. Построение оценок и проверка статистических гипотез.                                             | 17. Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании. 18. Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы. 19. Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера. Типичные приложения. 20. Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента. 21. Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок. 22. Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения. 23. Расстояние Пирсона и хи квадрат критерии при проверке простых и сложных гипотез. Анализ таблиц сопряженности. 24. Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова. 25. Анализ данных содержащих выбросы. Оценки Мешалкина для нормального распределения. |
| 2      | ОПК-3.ИД1,<br>ОПК-3.ИД2,<br>ОПК-6.ИД1 | Тема 2. Метод наименьших квадратов.                                                                      | 26. Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). МНК для линейной модели и его геометрическая интерпретация. Проверка линейных гипотез в МНК. 27. Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах. 28. Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. Основное тождество дисперсионного анализа. F отношение Фишера. Проблема множественных сравнений, использование неравенств Бонферони. метод Шеффе.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 3      | ОПК-3.ИД1,<br>ОПК-3.ИД2,<br>ОПК-6.ИД1 | Тема 3. Проверка гипотез при фиксированном и случайном объемах выборки (последовательный анализ Вальда). | 29. Проверка простых гипотез, ошибки 1-ого и 2-ого рода, применение леммы Неймана-Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера. 30. Последовательный критерий отношения вероятностей (последовательный анализ Вальда). Ожидаемый объем выборки. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 4      | ОПК-3.ИД1,<br>ОПК-3.ИД2,<br>ОПК-6.ИД1 | Тема 4. Анализ многомерных данных.                                                                       | 31. Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия. 32. Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация. 33. Задача поиска структур в данных – точек разладки (change point) и кластеров.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

### 3.2. Перечень разделов, тем дисциплины для самостоятельного изучения обучающимися

Разделы и темы дисциплины для самостоятельного изучения обучающимися в программе не предусмотрены.

#### 4. Тематический план контактной работы обучающихся с преподавателем при проведении занятий

| № п/п                                                                              | Виды учебных занятий* | Период обучения (семестр). Порядковые номера и наименования разделов (при наличии), тем, учебных занятий                                                                                       | Количество часов контактной работы | Виды текущего контроля успеваемости** | Формы проведения текущего контроля успеваемости*** |    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------------|----|----|
|                                                                                    |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       | КП                                                 | ОП | ОК |
| 1                                                                                  | 2                     | 3                                                                                                                                                                                              | 4                                  | 5                                     | 6                                                  | 7  | 8  |
| <b>3 семестр</b>                                                                   |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| <b>Раздел 1. Теория вероятности.</b>                                               |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| <b>Тема 1. Основы теории вероятности.</b>                                          |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| 1                                                                                  | ЛЗ                    | Различные определения вероятности события. Основные задачи Теории Вероятности и Математической Статистики.                                                                                     | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 2                                                                                  | ЛПЗ                   | Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Условная вероятность.                                                                                             | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 3                                                                                  | ЛПЗ                   | Принцип умножения и основные формулы комбинаторики. Урновые модели, схемы выбора с возвращением и без возвращения. Методы решения задач на классическое определение вероятности.               | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 4                                                                                  | ЛЗ                    | Обзор вычислительных формул ТВ: вероятность объединения и пересечения событий, формула полной вероятности, формула Байеса                                                                      | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 5                                                                                  | ЛПЗ                   | Общее определение вероятности события: конечное число не равновероятных элементарных исходов, бесконечное число элементарных исходов при геометрическом определении вероятности.               | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 6                                                                                  | ЛПЗ                   | Основные вычислительные формулы теории вероятности: вероятность объединения событий, произведения событий, формула полной вероятности, формула Байеса.                                         | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| <b>Тема 2. Одномерные случайные величины – дискретные, непрерывные, смешанные.</b> |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| 7                                                                                  | ЛЗ                    | Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили.                                                                   | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 8                                                                                  | ЛПЗ                   | Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения: биномиальное, геометрическое, отрицательное биномиальное, пуассоновское, полиномиальное.                                 | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 9                                                                                  | ЛПЗ                   | Одномерная случайная величина. Законы распределения, моменты, квантили. Характеристики положения и рассеяния. Безразмерные величины – коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса.             | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 10                                                                                 | ЛЗ                    | Аппроксимация биномиального и пуассоновского распределений с помощью нормального распределения (локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа).                                              | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 11                                                                                 | ЛПЗ                   | Нормальное распределение. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального.                                  | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 12                                                                                 | ЛПЗ                   | Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал. Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности. | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| <b>Тема 3. Многомерные случайные величины.</b>                                     |                       |                                                                                                                                                                                                |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| 13                                                                                 | ЛЗ                    | Многомерные случайные величины. Безусловные и условные функции распределения. Ковариационная матрица.                                                                                          | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 14                                                                                 | ЛПЗ                   | Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Условные распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций.                         | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 15                                                                                 | ЛПЗ                   | Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Неравенства Маркова и Чебышева. Использование индикаторов событий при вычислении моментов.                                                      | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  |    |
| 16                                                                                 | ЛЗ                    | Функции случайных аргументов. Примеры – случайная величина хи-квадрат, униформизирующее преобразование.                                                                                        | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  |    |

| №<br>п<br>/п                                                        | Виды<br>учебных<br>занятий* | Период обучения (семестр). Порядковые номера и<br>наименования разделов (при наличии), тем, учебных<br>занятий                                                                                  | Количество<br>часов<br>контактной<br>работы | Виды текущего<br>контроля<br>успеваемости** | Формы<br>проведения<br>текущего<br>контроля<br>успеваемости*** |    |    |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|----|----|
|                                                                     |                             |                                                                                                                                                                                                 |                                             |                                             | КП                                                             | ОП | ОК |
| 1                                                                   | 2                           | 3                                                                                                                                                                                               | 4                                           | 5                                           | 6                                                              | 7  | 8  |
| 17                                                                  | ЛПЗ                         | Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного. Методы линеаризации. Преобразования стабилизирующие дисперсию.                                            | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 18                                                                  | ЛПЗ                         | Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Суммы и разности независимых случайных величин.                                                                                 | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 19                                                                  | ЛЗ                          | Производящие и характеристические функции. Распределение сумм независимых случайных величин. Центральная предельная теорема.                                                                    | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 20                                                                  | ЛПЗ                         | Центральная предельная теорема.                                                                                                                                                                 | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 21                                                                  | ЛПЗ                         | Двумерное и многомерное нормальное распределение. Линейная регрессия. Линейные функции от нормально распределенных величин.                                                                     | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 22                                                                  | ЛЗ                          | Многомерное нормальное распределение. Задача построения регрессии.                                                                                                                              | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 23                                                                  | К                           | коллоквиум                                                                                                                                                                                      | 3                                           | Р                                           | 1                                                              | 1  |    |
| 24                                                                  | З                           | зачет                                                                                                                                                                                           | 3                                           | ПА                                          | 1                                                              | 1  |    |
|                                                                     |                             | <b>Всего в семестре</b>                                                                                                                                                                         | 64                                          |                                             | 23                                                             | 23 |    |
| <b>4 семестр</b>                                                    |                             |                                                                                                                                                                                                 |                                             |                                             |                                                                |    |    |
| <b>Раздел 1. Математическая статистика.</b>                         |                             |                                                                                                                                                                                                 |                                             |                                             |                                                                |    |    |
| <b>Тема 1. Построение оценок и проверка статистических гипотез.</b> |                             |                                                                                                                                                                                                 |                                             |                                             |                                                                |    |    |
| 25                                                                  | ЛЗ                          | Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании.                                                               | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 26                                                                  | ЛПЗ                         | Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия.                                                                                                 | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 27                                                                  | ЛПЗ                         | Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы.  | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 28                                                                  | ЛЗ                          | Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения. | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 29                                                                  | ЛПЗ                         | Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента.                                                      | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 30                                                                  | ЛПЗ                         | Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок.                                                                              | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 31                                                                  | ЛЗ                          | Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера. Типичные приложения.                                                                                          | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 32                                                                  | ЛПЗ                         | Расстояние Пирсона и хи квадрат критерии при проверке простых и сложных гипотез. Анализ таблиц сопряженности.                                                                                   | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 33                                                                  | ЛПЗ                         | Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова.                                                                                         | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 34                                                                  | ЛЗ                          | Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). Геометрическая интерпретация МНК в линейной модели.                                                                                              | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| <b>Тема 2. Метод наименьших квадратов.</b>                          |                             |                                                                                                                                                                                                 |                                             |                                             |                                                                |    |    |
| 35                                                                  | ЛПЗ                         | Метод Наименьших Квадратов (МНК) для линейной модели и его геометрическая интерпретация.                                                                                                        | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 36                                                                  | ЛЗ                          | Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах.                                                         | 2                                           | Д                                           | 1                                                              | 1  | 1  |
| 37                                                                  | ЛПЗ                         | Линейная регрессия: оценки параметров, построение доверительных интервалов, проверка линейных гипотез в МНК г.                                                                                  | 3                                           | Т                                           | 1                                                              | 1  | 1  |

| № п/п                                                                                                           | Виды учебных занятий* | Период обучения (семестр). Порядковые номера и наименования разделов (при наличии), тем, учебных занятий                                                                      | Количество часов контактной работы | Виды текущего контроля успеваемости** | Формы проведения текущего контроля успеваемости*** |    |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------------|----|----|
|                                                                                                                 |                       |                                                                                                                                                                               |                                    |                                       | КП                                                 | ОП | ОК |
| 1                                                                                                               | 2                     | 3                                                                                                                                                                             | 4                                  | 5                                     | 6                                                  | 7  | 8  |
| 38                                                                                                              | ЛЗ                    | Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. F отношение Фишера. Проблема множественных сравнений, метод Шеффе.               | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 39                                                                                                              | ЛПЗ                   | Однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA). Основное тождество дисперсионного анализа. Критерий Фишера. Проблема множественных сравнений. Использование неравенств Бонферони. | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| <b>Тема 3. Проверка гипотез при фиксированном и случайном объемах выборки (последовательный анализ Вальда).</b> |                       |                                                                                                                                                                               |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| 40                                                                                                              | ЛЗ                    | Проверка простых гипотез. Лемма Неймана Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера.                                                                                       | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 41                                                                                                              | ЛПЗ                   | Проверка простых гипотез, ошибки 1-ого и 2-ого рода, применение леммы Неймана-Пирсона.                                                                                        | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 42                                                                                                              | ЛПЗ                   | Последовательный критерий отношения вероятностей (последовательный анализ Вальда). Ожидаемый объем выборки.                                                                   | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 43                                                                                                              | ЛЗ                    | Метод последовательного анализа Вальда, для проверки простых гипотез. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.                         | 2                                  | Д                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| <b>Тема 4. Анализ многомерных данных.</b>                                                                       |                       |                                                                                                                                                                               |                                    |                                       |                                                    |    |    |
| 44                                                                                                              | ЛПЗ                   | Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия.                                                                                                | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 45                                                                                                              | ЛПЗ                   | Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация.                     | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 46                                                                                                              | ЛПЗ                   | Задача поиска структур в данных – точек разладки (change point) и кластеров.                                                                                                  | 3                                  | Т                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 47                                                                                                              | К                     | коллоквиум                                                                                                                                                                    | 3                                  | Р                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 48                                                                                                              | К                     | коллоквиум                                                                                                                                                                    | 3                                  | Р                                     | 1                                                  | 1  | 1  |
| 49                                                                                                              | Э                     | экзамен                                                                                                                                                                       | 9                                  | ПА                                    | 1                                                  | 1  | 1  |
|                                                                                                                 |                       | <b>Всего в семестре</b>                                                                                                                                                       | 73                                 |                                       | 24                                                 | 24 | 24 |
|                                                                                                                 |                       | <b>Всего по дисциплине</b>                                                                                                                                                    | 137                                |                                       | 47                                                 | 47 | 24 |

(\*, \*\*, \*\*\* смотри условные обозначения)

### Условные обозначения

#### Виды учебных занятий\*

| Виды учебных занятий             | Сокращённое наименование |     |
|----------------------------------|--------------------------|-----|
| Лекционное занятие               | Лекция                   | ЛЗ  |
| Лабораторно-практическое занятие | Лабораторно-практическое | ЛПЗ |
| Коллоквиум                       | Коллоквиум               | К   |

#### Виды текущего контроля успеваемости (ВТК)\*\*

| Виды текущего контроля успеваемости (ВТК) | Сокращённое наименование |   | Содержание                                                                                   |
|-------------------------------------------|--------------------------|---|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Текущий дисциплинирующий контроль         | Дисциплинирующий         | Д | Контроль посещаемости занятий обучающимся                                                    |
| Текущий тематический контроль             | Тематический             | Т | Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по теме занятия |

| Виды текущего контроля успеваемости (ВТК) | Сокращённое наименование | Содержание |                                                                                                                   |
|-------------------------------------------|--------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Текущий рубежный контроль                 | Рубежный                 | Р          | Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по теме (разделу, модулю) дисциплины |

**Формы проведения текущего контроля успеваемости обучающихся \*\*\***

| № | Формы проведения текущего контроля успеваемости обучающихся (ФПТКУ) | Техническое и сокращённое наименование |    | Возможность проведения текущего контроля успеваемости по видам контроля |   |   |
|---|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------------------|---|---|
|   |                                                                     |                                        |    | Д                                                                       | Т | Р |
| 1 | Контроль присутствия                                                | Присутствие                            | КП | +                                                                       |   |   |
| 2 | Опрос письменный                                                    | Опрос письменный                       | ОП |                                                                         | + | + |
| 3 | Опрос комбинированный                                               | Опрос комбинированный                  | ОК |                                                                         |   |   |

## 5. Промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине

### Оценочные средства промежуточной аттестации

#### 5.1. Формы промежуточной аттестации

| Семестр   | Форма промежуточной аттестации**** | Форма проведения промежуточной аттестации                     |
|-----------|------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 1         | 2                                  | 3                                                             |
| 3 семестр | Зачет                              | Контроль присутствия, Опрос письменный                        |
| 4 семестр | Экзамен                            | Контроль присутствия, Опрос письменный, Опрос комбинированный |

#### Условные обозначения \*\*\*\*

| Формы промежуточной аттестации | Сокращённое наименование |   |
|--------------------------------|--------------------------|---|
| Экзамен                        | Экзамен                  | Э |
| Зачет                          | Зачет                    | З |

## 6. Структура рейтинга по дисциплине

**6.1. Обучающийся имеет право пройти промежуточную аттестацию по дисциплине или её части на основании рейтинга успеваемости обучающегося и результатов прохождения текущего рубежного контроля по дисциплине в соответствующем семестре.**

**6.2. Критерии, показатели проведения текущего контроля успеваемости с использованием балльно-рейтинговой системы (по семестрам и формам промежуточной аттестации)**

Рейтинг по дисциплине рассчитывается по результатам текущей успеваемости обучающегося. Тип контроля по всем формам контроля дифференцированный, выставляются оценки по шкале: "неудовлетворительно", "удовлетворительно", "хорошо", "отлично". Исходя из соотношения и количества контролей, рассчитываются рейтинговые баллы, соответствующие системе дифференцированного контроля.

### 3 семестр

| Виды занятий                          |     | Формы проведения текущего контроля успеваемости |    | Кол-во контролей | Макс. кол-во баллов | Соответствие оценок рейтинговым баллам |     |      |      |        |
|---------------------------------------|-----|-------------------------------------------------|----|------------------|---------------------|----------------------------------------|-----|------|------|--------|
|                                       |     |                                                 |    |                  |                     | ТК                                     | ВТК | Отл. | Хор. | Удовл. |
| Лабораторно-практическое занятие      | ЛПЗ | Опрос письменный                                | ОП | 14               | 154                 | В                                      | Т   | 11   | 8    | 4      |
| Коллоквиум                            | К   | Опрос устный                                    | ОУ | 0                | 0                   | В                                      | Р   | 234  | 156  | 78     |
|                                       |     | Опрос письменный                                | ОП | 1                | 234                 | В                                      | Р   | 234  | 156  | 78     |
| Сумма баллов по дисциплине за семестр |     |                                                 |    |                  | 388                 |                                        |     |      |      |        |

### 4 семестр

| Виды занятий                          |     | Формы проведения текущего контроля успеваемости |    | Кол-во контролей | Макс. кол-во баллов | Соответствие оценок рейтинговым баллам |     |      |      |        |
|---------------------------------------|-----|-------------------------------------------------|----|------------------|---------------------|----------------------------------------|-----|------|------|--------|
|                                       |     |                                                 |    |                  |                     | ТК                                     | ВТК | Отл. | Хор. | Удовл. |
| Лабораторно-практическое занятие      | ЛПЗ | Опрос письменный                                | ОП | 14               | 154                 | В                                      | Т   | 11   | 8    | 4      |
| Коллоквиум                            | К   | Опрос письменный                                | ОП | 2                | 468                 | В                                      | Р   | 234  | 156  | 78     |
| Сумма баллов по дисциплине за семестр |     |                                                 |    |                  | 622                 |                                        |     |      |      |        |

**Критерии выставления оценок при прохождении промежуточной аттестации в форме зачета (на основании рейтинга успеваемости обучающегося и результатов прохождения текущего рубежного контроля по дисциплине (модулю) или её части в семестре)**

### 3 семестр

| Шкала оценивания | Критерии выставления оценки                                                                                                                                                                                       |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «зачтено»        | Рейтинговый балл — не менее 60 % (не менее 230 баллов)<br>и<br>Получение оценки не ниже «удовлетворительно» за прохождение каждого текущего рубежного контроля в семестре                                         |
| «не зачтено»     | Рейтинговый балл — менее 60 % (менее 230 баллов)<br>и/или<br>Получение оценки ниже «удовлетворительно» за прохождение хотя бы одного текущего рубежного контроля в семестре или не прохождение рубежного контроля |

**Критерии выставления оценок при прохождении промежуточной аттестации в форме экзамена (на основании рейтинга успеваемости обучающегося и результатов прохождения текущего рубежного контроля по дисциплине (модулю) или её части)**

### 4 семестр

| Шкала оценивания | Критерии выставления оценки |
|------------------|-----------------------------|
|------------------|-----------------------------|

| Шкала оценивания      | Критерии выставления оценки                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «отлично»             | Рейтинговый балл не менее 90 % (не менее 900 баллов)<br>и<br>Получение оценки не ниже «удовлетворительно» за прохождение каждого текущего рубежного контроля в семестре                                         |
| «хорошо»              | Рейтинговый балл не менее 75 % (не менее 750 баллов)<br>и<br>Получение оценки не ниже «удовлетворительно» за прохождение каждого текущего рубежного контроля в семестре                                         |
| «удовлетворительно»   | Рейтинговый балл не менее 60 % (не менее 600 баллов)<br>и<br>Получение оценки не ниже «удовлетворительно» за прохождение каждого текущего рубежного контроля в семестре                                         |
| «неудовлетворительно» | Рейтинговый балл менее 60 % (менее 600 баллов)<br>и/или<br>Получение оценки ниже «удовлетворительно» за прохождение хотя бы одного текущего рубежного контроля в семестре или не прохождение рубежного контроля |

## **7. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **3 семестр**

#### **Перечень вопросов для подготовки к промежуточной аттестации в форме зачёта**

Различные определения вероятности события. Основные задачи теории вероятности и математической статистики.

Случайные события и операции над ними.

Классическое определение вероятности.

Принцип умножения и основные формулы комбинаторики.

Условная вероятность.

Вероятность объединения и произведения событий.

Формула полной вероятности, формула Байеса.

Геометрическое определение вероятности.

Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения.

Биномиальное распределение.

Пуассоновское распределение.

Геометрическое распределение.

Отрицательное биномиальное распределение.

Полиномиальное распределение.

Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили.

Нормальное распределение. Функция Лапласа и ее квантили.

Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального.

Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал.

Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности.

Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Условные распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций.

Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

Неравенства Маркова и Чебышева.

Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного.

Методы линеаризации при нахождении среднего и дисперсии для функций от случайных аргументов. Преобразования, стабилизирующие дисперсию.

Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Суммы и разности независимых случайных величин.

Центральная предельная теорема.

Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия.

Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин.

Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании.

Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы.

Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения.

Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера.

Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента.

Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок.

Расстояние Пирсона и хи квадрат критерий при проверке простых и сложных гипотез.

Анализ таблиц сопряженности.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова.

Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). Геометрическая интерпретация МНК в линейной модели.

Проверка линейных гипотез в МНК.

Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах.

Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. F отношение Фишера.

Проблема множественных сравнений, метод Бонферони, метод Шеффе а однофакторном дисперсионном анализе.

Проверка простых гипотез. Лемма Неймана Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера.

Метод последовательного анализа Вальда, для проверки простых гипотез. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.

Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия.

Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация.

#### **4 семестр**

### **Перечень вопросов для подготовки к промежуточной аттестации в форме экзамена**

Различные определения вероятности события. Основные задачи теории вероятности и математической статистики.

Случайные события и операции над ними.

Классическое определение вероятности.

Принцип умножения и основные формулы комбинаторики.

Условная вероятность.

Вероятность объединения и произведения событий.

Формула полной вероятности, формула Байеса.

Геометрическое определение вероятности.

Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения.

Биномиальное распределение.

Пуассоновское распределение.

Геометрическое распределение.

Отрицательное биномиальное распределение.

Полиномиальное распределение.

Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили.

Нормальное распределение. Функция Лапласа и ее квантили.

Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального.

Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал.

Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности.

Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Условные распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций.

Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

Неравенства Маркова и Чебышева.

Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного.

Методы линеаризации при нахождении среднего и дисперсии для функций от случайных аргументов. Преобразования, стабилизирующие дисперсию.

Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Суммы и разности независимых случайных величин.

Центральная предельная теорема.

Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия.

Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин.

Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании.

Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы.

Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения.

Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера.

Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента.

Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок.

Расстояние Пирсона и хи квадрат критерий при проверке простых и сложных гипотез.

Анализ таблиц сопряженности.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова.

Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). Геометрическая интерпретация МНК в линейной модели.

Проверка линейных гипотез в МНК.

Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах.

Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. F отношение Фишера.

Проблема множественных сравнений, метод Бонферони, метод Шеффе а однофакторном дисперсионном анализе.

Проверка простых гипотез. Лемма Неймана Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера.

Метод последовательного анализа Вальда, для проверки простых гипотез. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.

Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия.

Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация.

**Образец билета для проведения экзамена**

ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России (Пироговский Университет)

Кафедра высшей математики МБФ

**Билет № \_\_\_\_**

для проведения экзамена по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» по программе специалитета по специальности 06.05.02 Фундаментальная и прикладная биология  
направленность (профиль) Биомедицина

1. Пуассоновское распределение. Связь его с биномиальным и нормальным распределениями.

2. Хи-квадрат критерий Пирсона при проверке простых и сложных гипотез.

3. При облучении клеток рентгеновскими лучами зарегистрированы следующие числа хромосомных нарушений:

0 - 280 клеток, 1 - 75 клеток, 2 - 12 клеток, 3 - 1 клетка.

Проверить согласуются ли полученные данные с пуассоновским распределением, и построить доверительный интервал для параметра пуассоновского распределения.

Кафедра высшей математики МБФ

Заведующий кафедрой  
Ширяев Олег Борисович  
Доктор физико-  
математических наук

## **8. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины**

### **Методические указания для подготовки к занятиям лекционного типа**

Проработка теоретического материала учебной дисциплины;

Решение практических задач

### **Методические указания для подготовки к занятиям лабораторно-практического типа**

Проработка теоретического материала учебной дисциплины;

Решение практических задач

### **Методические указания для подготовки к коллоквиуму (текущий рубежный контроль)**

Проработка теоретического материала учебной дисциплины;

Решение практических задач

### **Методические указания для подготовки к экзамену**

Проработка теоретического материала учебной дисциплины;

Решение практических задач

### **Методические указания для самостоятельной работы студентов (СРС)**

Проработка теоретического материала учебной дисциплины;

Решение практических задач

Подготовка к текущему контролю

## 9. Учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины

### 9.1. Перечень литературы по дисциплине:

| № п/п | Наименование, автор, год и место издания                                                                                                | Рекомендуется при изучении разделов дисциплины | Количество экземпляров в библиотеке | Электронный адрес ресурса |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|
| 1     | 2                                                                                                                                       | 3                                              | 4                                   | 5                         |
| 1     | Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: [справочник], Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., 2024 - 2025 | Математическая статистика.                     | 1                                   |                           |
| 2     | Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: [справочник], Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А., 2024 - 2025 | Математическая статистика.                     | 1                                   |                           |
| 3     | Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, Пугачев В. С., 2024 - 2025     | Математическая статистика.                     | 1                                   |                           |
| 4     | Теория вероятностей: [учебник для высших технических учебных заведений], Вентцель Е. С., 2024 - 2025                                    | Теория вероятности.                            | 3                                   |                           |
| 5     | Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: учебник для студентов вузов, Розанов Ю. А., 2024 - 2025            | Теория вероятности.                            | 1                                   |                           |

### 9.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», в том числе профессиональных баз данных, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.biblioclub.ru> (электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» РНИМУ им. Пирогова)
2. <http://www.books-up.ru> (электронная библиотечная система)
3. ЭБС «Консультант студента» [www.studmedlib.ru](http://www.studmedlib.ru)
4. <http://www.elibrary.ru>
5. <http://eor.edu.ru> – портал электронных образовательных ресурсов

### 9.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при наличии)

1. MS Windows в редакциях: 7 Pro, 10 Pro, 11 Pro (x86, x64) – лицензия бессрочно
2. MS Office в редакциях: «Standard», «Professional Plus» (2013, 2016, 2019, 2021(x86, x64)) – лицензия бессрочно
3. MS Visio в редакциях: «Professional» (2013, 2016, 2019, 2021(x86, x64)) – лицензия бессрочно
4. Astra Linux Special Edition, вариант лицензирования «Орел», РУСБ.10015-10 – лицензия бессрочно
5. Adobe Acrobat Reader – свободно распространяемое ПО
6. Гарант (справочная правовая система) – лицензия до 31.07.2027
7. FastStone Image Viewer – свободно распространяемое ПО
8. Яндекс Браузер для организаций – свободно распространяемое ПО
9. Платформа «1С:Предприятие 8», конфигурации «1С:Документооборот государственного учреждения», «1С:Университет ПРОФ», «1С:Медицина» – лицензия бессрочно
10. Единая цифровая образовательная среда РНИМУ им. Н.И. Пирогова – собственная разработка РНИМУ
11. МТС Линк платформа для проведения вебинаров – лицензия до 04.07.2027 г.
12. Антивирус Kaspersky endpoint Security – лицензия до 19.09.2027 г.
13. Архиватор 7-Zip – свободно распространяемое ПО
14. Платформа «Kinescore» - лицензия до 11.03.2027 г.
15. Система управления обучением (LMS) – лицензия бессрочная
16. Ubuntu – свободно распространяемое ПО (ОС с открытым исходным кодом)
17. Debian – свободно распространяемое ПО (ОС с открытым исходным кодом)
18. Python (с библиотеками для анализа данных)



#### 9.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), как на территории Университета, так и вне ее.

Электронная информационно-образовательная среда университета обеспечивает:

- доступ к учебному плану, рабочей программе дисциплины, электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочей программе дисциплины;

- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение его работ и оценок за эти работы.

Университет располагает следующими видами помещений и оборудования для материально-технического обеспечения образовательной деятельности для реализации образовательной программы дисциплины:

| № п /п | Наименование оборудованных учебных аудиторий                                                                                                                                                                                   | Перечень специализированной мебели, технических средств обучения                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | Аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оборудованная мультимедийными и иными средствами обучения | Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет», Столы, Экран для проектора, Доска интерактивная, Стулья, Доска маркерная, Возможность подключения к сети «Интернет» и обеспечения доступа в электронную информационно-образовательную среду, Шторы затемненные (для проектора) |
| 2      | Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации             | Учебная мебель (столы, стулья), компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду                                                                                                                        |
| 3      | Учебная аудитория для проведения промежуточной аттестации                                                                                                                                                                      | Учебная мебель (столы и стулья для обучающихся), стол, стул преподавателя, персональный компьютер; набор демонстрационного оборудования (проектор, экран, колонки)                                                                                                                                |

Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения (состав определяется в рабочей программе дисциплины и подлежит обновлению при необходимости). Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочей программе дисциплины, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину.

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ), в том числе в случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определяется в рабочей программе дисциплины и подлежит обновлению (при необходимости).

Обучающиеся из числа инвалидов обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.