

МИНИСТЕРСТВО ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский университет
имени Н.И. Пирогова» Министерства здравоохранения Российской Федерации
(ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России)**

Медико-биологический факультет

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан медико-биологического факультета

д-р биол. наук, проф.

_____ Е.Б. Прохорчук

«29» августа 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

для образовательной программы высшего образования -

программы специалитета

по специальности

30.05.02 Медицинская биофизика

Москва 2022 г.

Настоящая рабочая программа дисциплины «теория вероятности и математическая статистика» (далее – рабочая программа дисциплины), является частью программы специалитета по специальности 30.05.02 Медицинская биофизика

Форма обучения: очная.

Рабочая программа дисциплины подготовлена на кафедре Высшей математики МБФ (далее – кафедра) ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России авторским коллективом под руководством Акимова В.Н., доктора физико-математических наук, профессора.

Составители:

№ п.п.	Фамилия, Имя, Отчество	Ученая степень, ученое звание	Занимаемая должность	Основное место работы	Подпись
1.	Акимов Владимир Николаевич	д. физ.-мат. наук, профессор	Зав. кафедрой высшей математики МБФ	ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России	
2.	Пятницкий Алексей Михайлович	канд физ.-мат. наук, доцент.	Доцент кафедры высшей математики МБФ	ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России	

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры (Протокол № 9 от «15» июня 2022 г.).

Рабочая программа дисциплины рекомендована к утверждению рецензентами:

№ п.п.	Фамилия, Имя, Отчество	Ученая степень, ученое звание	Занимаемая должность	Основное место работы	Подпись
1.	Зарубина Татьяна Васильевна	д-р мед. наук, профессор	Зав.кафедрой медицинской кибернетики и информатики МБФ	ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России	

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена советом факультета медико-биологического факультета, протокол № 1 от «29» августа 2022 г.

Нормативно-правовые основы разработки и реализации рабочей программы дисциплины:

- 1) Образовательный стандарт высшего образования Университета - специалитет по специальности 30.05.02 Медицинская биофизика, утвержденный приказом от «29» мая 2020 г. № 365 рук. (Далее - ОСВО).
- 2) Образовательная программа высшего образования - программа специалитета по специальности 30.05.02 Медицинская биофизика
- 3) Общая характеристика образовательной программы.
- 4) Учебный план образовательной программы.
- 5) Устав и локальные акты Университета.

1. Общие положения

1.1. Цель и задачи освоения дисциплины

1.1.1. Целью освоения дисциплины «теория вероятности и математическая статистика» является подготовка высокопрофессионального специалиста, владеющего математическими знаниями, умениями и навыками, позволяющими ему применять теорию вероятности и математическую статистику как инструмент логического анализа, численных расчетов и оценок, построения математических моделей физико-химического, биологического и медицинского содержания, обработки экспериментальных данных в своей профессиональной деятельности.

1.1.2. Задачи, решаемые в ходе освоения программы дисциплины:

Изучение фундаментальных понятий, свойств, методов и применения основных разделов теории вероятности и математической статистики для вычисления вероятностей событий, построения оценок, проверки гипотез, выявления зависимостей.

Приобретение студентами знаний о методах построения вероятностных моделей и использования теории вероятности и математической статистики для изучения естественнонаучных и медико-биологических дисциплин.

Формирование базовых навыков применения статистических методов для обработки медико-биологических данных.

Формирование навыков изучения научной литературы и использования справочной литературы при математической обработке данных.

Формирование у студентов навыков общения с коллективом.

1.2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «теория вероятности и математическая статистика» изучается в 3 и 4-ом семестрах и относится к базовой части Блок Б1 Дисциплины. Является обязательной дисциплиной.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е..

Для успешного освоения настоящей дисциплины обучающиеся должны освоить следующие дисциплины:

Для обучения в 3-ем семестре:

- Математику (в рамках программы школы);
- Высшая математика 1 и 2 семестров;

Для обучения в 4-ом семестре:

- Теория вероятности и математическая статистика 3 семестра.

Знания, умения и навыки, сформированные, при изучении дисциплины будут использованы на последующих дисциплинах: общая и медицинская генетика, общая и медицинская радиобиология, клиническая лабораторная диагностика, биоинформатика,

1.3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Код и наименование компетенции		
Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.		
УК-1. ИД1 – Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	Знать:	направления применения теории вероятности и математической статистики
	Уметь:	пользоваться учебной, научной, научно-популярной литературой, сетью Интернет для профессиональной деятельности
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	навыками работы с различными формами представления информации и ее статистической обработки
ОПК-1.		
Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественнонаучные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности		
ОПК-1. ИД4 - Применяет прикладные естественнонаучные знания для решения профессиональных задач.	Знать:	основные методы вычисления вероятностей событий, нахождения оценок и проверки статистических гипотез
	Уметь:	использовать методы математической статистики анализа для описания и исследования различного рода медико-биологических данных
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	методами обработки медико-биологических данных
ОПК-6. Способен определять стратегию и проблематику исследований, выбирать оптимальные способы их решения, проводить системный анализ объектов исследования, отвечать за правильность и обоснованность выводов, внедрение полученных результатов в практическое здравоохранение		
ОПК-6.ИД1,2.- Планирует научные исследования. - Анализирует результаты исследований	Знать:	основные методы планирования эксперимента и статистического анализа результатов эксперимента
	Уметь:	Использовать методы статистики для определения плана эксперимента, объема выборки, конечных пунктов исследования
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	методами используемыми в доказательной медицине для получения статистически значимых результатов исследования
	Уметь:	Использовать методы математического анализа для описания и исследования состояний и процессов (функций) различных систем, а именно: аппарат дифференциального и интегрального исчисления, рядов, векторного анализа и дифференциальных уравнений.
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	методами исследования функций, выявлением особенностей их свойств, методами вычисления характеристик скалярных и векторных полей, методами составления и решения дифференциальных уравнений в задачах математического моделирования физико-химических процессов
ПК-9. Способен формулировать цели, задачи, теоретические и экспериментальные обоснования медико-биологических исследований; использовать математические методы для обработки клинических и экспериментальных данных; проводить доказательную оценку эффективности методов диагностики, лечения и профилактики заболеваний		
ПК-9.ИД1 Планирует медико-	Знать:	основные методы статистики

биологические исследования, обрабатывает результаты и экспериментальные данные с использованием статистических пакетов, методов обработки больших данных, доказательной медицины, а также технологий открытых данных	Уметь:	Применять необходимые методы математического анализа обработки экспериментальных данных, выбрать соответствующий математический аппарат для решения и контроля правильности решения;
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	Применения знаний на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений, интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата
ПК-10 Способен использовать методы математического моделирования для описания и исследования органов и систем организма, патологических и эпидемиологических процессов		
ПК-10. ИД1 – Строит и верифицирует математические модели изучаемых объектов на основе медико-биологических исследований и данных литературы	Знать:	основы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики
	Уметь:	обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные; решать типовые задачи, проводить их анализ, получать количественные соотношения, представляющие практический интерес
	Владеть практическим опытом (трудовыми действиями):	обладать способностью к применению знаний на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений, интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата

2. Формы работы обучающихся, виды учебных занятий и их трудоемкость

Формы работы обучающихся / Виды учебных занятий/ Формы промежуточной аттестации	Всего часов	Распределение часов по семестрам	
		3	4
Учебные занятия			
Контактная работа обучающихся с преподавателем в семестре (КР), в т.ч.:	144	72	72
Лекционное занятие (ЛЗ)	36	18	18
Семинарское занятие (СЗ)	108	54	54
Практическое занятие (ПЗ)			
Практикум (П)			
Лабораторно-практическое занятие (ЛПЗ)			
Лабораторная работа (ЛР)			
Клинико-практические занятия (КПЗ)			

Специализированное занятие (СПЗ)				
Комбинированное занятие (КЗ)				
Модульный контроль (К)				
Контрольная работа (КР)				
Итоговое занятие (ИЗ)				
Групповая консультация (ГК)				
Конференция (Конф.)				
Иные виды занятий				
Самостоятельная работа обучающихся в семестре (СРО), в т.ч.	72	36	36	
Подготовка к учебным аудиторным занятиям	72	36	36	
Подготовка истории болезни				
Подготовка курсовой работы				
Подготовка реферата				
Иные виды самостоятельной работы (в т.ч. выполнение практических заданий проектного, творческого и др. типов)				
Промежуточная аттестация				
Контактная работа обучающихся в ходе промежуточной аттестации (КРПА), в т.ч.:	9		9	
Зачёт (З)		*		
Защита курсовой работы (ЗКР)				
Экзамен (Э)**	9		9	
Самостоятельная работа обучающихся при подготовке к промежуточной аттестации (СРПА), в т.ч.				
Подготовка к экзамену**	27		27	
Общая трудоемкость дисциплины (ОТД)	в часах: ОТД = КР+СРС+КРПА+СРПА	252	108	144
	в зачетных единицах: ОТД (в часах):36	7	3	4

3. Содержание дисциплины

3.1 Перечень разделов и (или) тем дисциплины и их дидактическое содержание

3 семестр			
№ п/п	Шифр компетенции	Наименование раздела (модуля) дисциплины (модуля)	Содержание раздела в дидактических единицах (темы)
Раздел (модуль)1. Теория вероятности.			
1.	УК-1 ОПК-1 ОПК-6 ПК-9 ПК-10	Тема 1. Основы теории вероятности.	1. Различные определения вероятности события. Основные задачи ТВ и МС. 2.Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Условная вероятность. 3.Принцип умножения и основные формулы

		комбинаторики. Урновые модели, схемы выбора с возвращением и без возвращения. Методы решения задач на классическое определение вероятности. 4. Основные вычислительные формулы ТВ: вероятность объединения и пересечения событий, формула полной вероятности, формула Байеса. 5. Общее определение вероятности события: конечное число не равновозможных элементарных исходов, бесконечное число элементарных исходов при геометрическом определении вероятности. 6. Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения: биномиальное, геометрическое, отрицательное биномиальное, пуассоновское, полиномиальное. 7. Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили. Характеристики положения и рассеяния. Безразмерные величины – коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса. 8. Нормальное распределение. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального. 9. Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал. Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности. 10. Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Безусловные и условные (краевые) распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций. 11. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Неравенства Маркова и Чебышева. Использование индикаторов событий при вычислении моментов. 12. Функции случайных аргументов. Примеры – случайная величина хи-квадрат, униформизирующее преобразование. Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного. Методы линеаризации. Преобразования стабилизирующие дисперсию. 13. Производящие и характеристические функции.
	Тема 2. Одномерные случайные величины – дискретные, непрерывные, смешанные.	
	Тема 3. Многомерные случайные величины.	

			Вычисление моментов. Производящие функции для суммы, разности и линейных комбинаций независимых случайных величин. 14.Центральная предельная теорема. 15.Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия. 16.Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин.
4 Семестр			
№ п/п	Шифр компетенции	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание раздела в дидактических единицах (темы)
Раздел (модуль) 2. Математическая статистика.			
1	УК-1 ОПК-1 ОПК-6 ПК-9 ПК-10	Тема 4. Построение оценок и проверка статистических гипотез.	17. Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании. 18. Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы. 19.Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера. Типичные приложения. 20.Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента. 21.Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок. 22.Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения. 23.Расстояние Пирсона и хи квадрат критерий при проверке простых и сложных гипотез. Анализ таблиц сопряженности.

		Тема 5. Метод наименьших квадратов. 24.Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова. 25.Анализ данных содержащих выбросы. Оценки Мешалкина для нормального распределения. 26. Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). МНК для линейной модели и его геометрическая интерпретация. Проверка линейных гипотез в МНК. 27.Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах. 28.Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. Основное тождество дисперсионного анализа. F отношение Фишера. Проблема множественных сравнений, использование неравенств Бонферони. метод Шеффе. 29.Проверка простых гипотез, ошибки 1-ого и 2-ого рода, применение леммы Неймана-Пирсона. . Пример - линейный дискриминант Фишера. 30.Последовательный критерий отношения вероятностей (последовательный анализ Вальда). Ожидаемый объем выборки. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом. 31.Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия. 32.Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация. 33.Задача поиска структур в данных – точек разладки (change point) и кластеров.
		Тема 6. Проверка гипотез при фиксированном и случайном объемах выборки (последовательный анализ Вальда). Тема 7. Анализ многомерных данных.

4. Тематический план дисциплины

4.1. Тематический план контактной работы обучающихся с преподавателем

№ п/п	Виды учебных занятий/ форма промежуточной	Период обучения (семестр). Порядковые номера и наименование разделов (модулей) (при наличии). Порядковые номера и наименование тем (модулей) модулей. Темы учебных занятий.	Количество часов контактной работы	Виды текущего контроля успеваемости.	Формы проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации ***					
					КП	А	ОУ	ОП	ТЭ	РЗ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3 семестр										
		Раздел (модуль) 1. Теория вероятности.								
		Тема 1. Основы теории вероятности.								
1	ЛЗ	Различные определения вероятности события. Основные задачи Теории Вероятности и Математической Статистики.	2	Д	*					
2	ПЗ	Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Условная вероятность.	3	Т	*	*		*		
3	ПЗ	Принцип умножения и основные формулы комбинаторики. Урновые модели, схемы выбора с возвращением и без возвращения. Методы решения задач на классическое определение вероятности.	3	Т	*	*		*		
4	ЛЗ	Обзор вычислительных формул ТВ: вероятность объединения и пересечения событий, формула полной вероятности, формула Байеса	2	Д	*					
5	ПЗ	Общее определение вероятности события: конечное число не равновероятных элементарных исходов, бесконечное число элементарных исходов при геометрическом определении вероятности.	3	Т	*	*		*		
6	ПЗ	Основные вычислительные формулы теории вероятности: вероятность объединения событий, произведения событий, формула полной вероятности, формула Байеса.	3	Т	*	*		*		

		Тема 2. Одномерные случайные величины – дискретные, непрерывные, смешанные.								
7	ЛЗ	Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили.	2	Д	*					
8	ПЗ	Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения: биномиальное, геометрическое, отрицательное биномиальное, пуассоновское, полиномиальное.	3	Т	*	*		*		
9	ПЗ	Одномерная случайная величина. Законы распределения, моменты, квантили. Характеристики положения и рассеяния. Безразмерные величины – коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса.	3	Т	*	*		*		
10	ЛЗ	Аппроксимация биномиального и пуассоновского распределений с помощью нормального распределения (локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа).	2	Д	*					
11	ПЗ	Нормальное распределение. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального.	3	Т	*	*		*		
12	ПЗ	Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал. Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности.	3	Т	*	*		*		
		Тема 3. Многомерные случайные величины.								
13	ЛЗ	Многомерные случайные величины. Безусловные и условные функции распределения. Ковариационная	2	Д	*					

		матрица.								
14	ПЗ	Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Условные распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций.	3	Т	*	*		*		
15	ПЗ	Теоремы о математическом ожидании и дисперсии. Неравенства Маркова и Чебышева. Использование индикаторов событий при вычислении моментов.	3	Т	*	*		*		
16	ЛЗ	Функции случайных аргументов. Примеры – случайная величина хи-квадрат, униформизирующее преобразование.	2	Д	*					
17	ПЗ	Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного. Методы линеаризации. Преобразования стабилизирующие дисперсию.	3	Т	*	*		*		
18	ПЗ	Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Суммы и разности независимых случайных величин.	3	Т	*	*		*		
19	ЛЗ	Производящие и характеристические функции. Распределение сумм независимых случайных величин.	2	Д	*					
20	ПЗ	Центральная предельная теорема.	3	Т	*	*		*		
21	К	Текущий рубежный (модульный) контроль по разделу 1	3	Р	*			*	*	
22	ЛЗ	Центральная предельная теорема.	2	Д	*					
23	ПЗ	Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия.	3	Т	*	*		*		
24	ПЗ	Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин.	3	Т	*	*		*		
25	ЛЗ	Многомерное нормальное распределение. Задача построения регрессии.	2	Д	*					

26	ПЗ	Построение регрессий.	3	Т	*	*		*		
27	ИЗ	Текущий итоговый контроль по разделам 1-2	3	И	*		*			
		Всего за семестр:	72							
4 семестр										
		Раздел (модуль) 2. Математическая статистика.								
		Тема 4. Построение оценок и проверка статистических гипотез.								
1	ЛЗ	Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании.	2	Д	*					
2	ПЗ	Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия.	3	Т	*	*		*		
3	ПЗ	Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы.	3	Т	*	*		*		
4	ЛЗ	Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p-value, односторонние и двусторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения.	2	Д	*					
5	ПЗ	Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента.	3	Т	*	*		*		
6	ПЗ	Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок.	3	Т	*	*		*		
7	ЛЗ	Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера.	2	Д	*					

		Типичные приложения.								
8	ПЗ	Расстояние Пирсона и хи квадрат критерий при проверке простых и сложных гипотез. Анализ таблиц сопряженности.	3	Т	*	*		*		
9	ПЗ	Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова.	3	Т	*	*		*		
10	ЛЗ	Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). Геометрическая интерпретация МНК в линейной модели.	2	Д	*					
11	К	Текущий рубежный (модульный) контроль по разделу 2.	3	Р	*			*	*	
		Тема 5. Метод наименьших квадратов.								
12	ПЗ	Метод Наименьших Квадратов (МНК) для линейной модели и его геометрическая интерпретация.	3	Т	*	*		*		
13	ЛЗ	Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах.	2	Д	*					
14	ПЗ	Проверка линейных гипотез в МНК.	3	Т	*	*		*		
15	ПЗ	Линейная регрессия: оценки параметров, построение доверительных интервалов, проверка гипотез.	3	Т	*	*		*		
16	ЛЗ	Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. F отношение Фишера. Проблема множественных сравнений, метод Шеффе.	2	Д	*					
17	ПЗ	Однофакторный дисперсионный анализ (ANOVA). Основное тождество дисперсионного анализа. Критерий Фишера.	3	Т	*	*		*		

18	ПЗ	Проблема множественных сравнений. Использование неравенств Бонферони. Метод множественных сравнений Шеффе.	3	Т	*	*		*		
		Тема 6. Проверка гипотез при фиксированном и случайном объемах выборки (последовательный анализ Вальда).								
19	ЛЗ	Проверка простых гипотез. Лемма Неймана Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера.	2	Д	*					
20	ПЗ	Проверка простых гипотез, ошибки 1-ого и 2-ого рода, применение леммы Неймана-Пирсона.	3	Т	*	*		*		
21	ПЗ	Последовательный критерий отношения вероятностей (последовательный анализ Вальда). Ожидаемый объем выборки.	3	Т	*	*		*		
22	ЛЗ	Метод последовательного анализа Вальда, для проверки простых гипотез. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.	2	Д	*					
		Тема 7. Анализ многомерных данных.								
23	ПЗ	Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия.	3	Т	*	*		*		
24	ПЗ	Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация.	3	Т	*	*		*		
25	ЛЗ	Обзор методов классификации данных на основе обучающей выборки (“обучение с учителем”).	2	Д	*					
26	ПЗ	Задача поиска структур в данных – точек разладки (change point) и кластеров.	3	Т	*	*		*		
27	ИЗ	Текущий итоговый контроль по разделу 2	3	И	*		*			

		Всего часов за семестр:	72							
	Э	Промежуточная аттестация	9		*		*			
		Всего часов по дисциплине:	153							

Условные обозначения:

Виды учебных занятий и формы промежуточной аттестации *

Виды учебных занятий, формы промежуточной аттестации	Сокращённое наименование	
Лекционное занятие	Лекция	ЛЗ
Семинарское занятие	Семинар	СЗ
Практическое занятие	Практическое	ПЗ
Практикум	Практикум	П
Лабораторно-практическое занятие	Лабораторно-практическое	ЛПЗ
Лабораторная работа	Лабораторная работа	ЛР
Клинико-практические занятия	Клинико-практическое	КПЗ
Специализированное занятие	Специализированное	СЗ
Комбинированное занятие	Комбинированное	КЗ
Коллоквиум	Коллоквиум	К
Контрольная работа	Контр. работа	КР
Итоговое занятие	Итоговое	ИЗ
Групповая консультация	Групп. консультация	КС
Конференция	Конференция	Конф.
Защита курсовой работы	Защита курсовой работы	ЗКР
Экзамен	Экзамен	Э

Виды текущего контроля успеваемости (ВТК)**

Виды текущего контроля успеваемости (ВТК)**	Сокращённое наименование		Содержание
Текущий дисциплинирующий контроль	Дисциплинирующий	Д	Контроль посещаемости занятий обучающимся
Текущий тематический контроль	Тематический	Т	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности на занятиях по теме.
Текущий рубежный (модульный) контроль	Рубежный	Р	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по теме (разделу) дисциплины
Текущий итоговый контроль	Итоговый	И	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по темам (разделам) дисциплины

**Формы проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся /виды работы обучающихся/ *****

№	Формы проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся (ФТКУ) ***	Техническое и сокращённое наименование		Виды работы обучающихся (ВРО) ***	Типы контроля
1	Контроль присутствия (КП)	Присутствие	КП	Присутствие	Присутствие
2	Учет активности (А)	Активность	А	Работа на занятии по теме	Участие
3	Опрос устный (ОУ)	Опрос устный	ОУ	Выполнение задания в устной форме	Выполнение обязательно
4	Опрос письменный (ОП)	Опрос письменный	ОП	Выполнение задания в письменной форме	Выполнение обязательно
5	Опрос комбинированный (ОК)	Опрос комбинированный	ОК	Выполнение заданий в устной и письменной форме	Выполнение обязательно
6	Тестирование в электронной форме (ТЭ)	Тестирование	ТЭ	Выполнение тестового задания в электронной форме	Выполнение обязательно
7	Проверка реферата (ПР)	Реферат	ПР	Написание (защита) реферата	Выполнение обязательно
8	Проверка лабораторной работы (ЛР)	Лабораторная работа	ЛР	Выполнение (защита) лабораторной работы	Выполнение обязательно
9	Подготовка учебной истории болезни (ИБ)	История болезни	ИБ	Написание (защита) учебной истории болезни	Выполнение обязательно
10	Решение практической (ситуационной) задачи (РЗ)	Практическая задача	РЗ	Решение практической (ситуационной) задачи	Выполнение обязательно
11	Подготовка курсовой работы (ПКР)	Курсовая работа	ПКР	Выполнение (защита) курсовой работы	Выполнение обязательно
12	Клинико-практическая работа (КПР)	Клинико-практическая работа	КПР	Выполнение клинико-практической работы	Выполнение обязательно
13	Проверка конспекта (ПК)	Конспект	ПК	Подготовка конспекта	Выполнение обязательно
14	Проверка контрольных нормативов (ПKN)	Проверка нормативов	ПKN	Сдача контрольных нормативов	Выполнение обязательно
15	Проверка отчета (ПО)	Отчет	ПО	Подготовка отчета	Выполнение обязательно
16	Контроль выполнения домашнего задания (ДЗ)	Контроль самостоятельной работы	ДЗ	Выполнение домашнего задания	Выполнение обязательно, Участие
17	Контроль изучения электронных образовательных ресурсов (ИЭОР)	Контроль ИЭОР	ИЭОР	Изучения электронных образовательных ресурсов	Изучение ЭОР

4.2. Содержание самостоятельной работы обучающихся

№ п/п	Период обучения (семестр). Наименование раздела (модуля), тема дисциплины (модуля)	Содержание самостоятельной работы обучающихся	Всего часов
1	2	3	4
3 семестр			
	Раздел (модуль) 1. Теория вероятности.		
1.	Тема 1. Основы теории вероятности	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Решение практических задач Подготовка к текущему контролю	12
2.	Тема 2. Одномерные случайные величины – дискретные, непрерывные, смешанные.	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Решение практических задач Подготовка к текущему контролю	12
3.	Тема 3. Многомерная случайная величина.	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Решение практических задач Подготовка к текущему контролю	12
	Всего за семестр		36

4 семестр			
	Раздел (модуль) 2. Математическая статистика		
1.	Тема 4. Построение оценок и проверка статистических гипотез.	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Подготовка к текущему контролю	10
2.	Тема 5. Метод наименьших квадратов..	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Подготовка к текущему контролю	10
3.	Тема 6. Проверка гипотез при фиксированном и случайном объемах выборки (последовательный анализ Вальда).	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Подготовка к текущему контролю	6
4.	Тема 7. Анализ многомерных данных	Подготовка к учебным аудиторным занятиям: Проработка теоретического материала учебной дисциплины; Подготовка к текущему контролю	10
	Всего за семестр		36
8.	Экзамен	Подготовка к экзамену	27
	Итого по дисциплине:		99

5. Организация текущего контроля успеваемости обучающихся

5.1. Оценочные средства текущего контроля успеваемости обучающихся

5.1.1. Условные обозначения:

Типы контроля (ТК)*

Типы контроля		Тип оценки
Присутствие	П	наличие события
Участие (	У	дифференцированный
Изучение электронных образовательных ресурсов (ЭОР)	И	наличие события
Выполнение (обязательный контроль)	В	дифференцированный

Виды текущего контроля успеваемости (ВТК)**

Виды текущего контроля успеваемости (ВТК)**	Сокращённое наименование		Содержание
Текущий дисциплинирующий контроль	Дисциплинирующий	Д	Контроль посещаемости занятий обучающимся
Текущий тематический контроль	Тематический	Т	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности на занятиях по теме.
Текущий рубежный (модульный) контроль	Рубежный	Р	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по теме (разделу, модулю) дисциплины
Текущий итоговый контроль	Итоговый	И	Оценка усвоения обучающимся знаний, умений и опыта практической деятельности по темам (разделам, модулям) дисциплины

5.1.2. Структура текущего контроля успеваемости по дисциплине

Таб.5.1.2

3 семестр

Виды занятий		Формы текущего контроля успеваемости/виды работы		ТК*	ВТК**	Max.	Min.	Шаг
Лекционное занятие	ЛЗ	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
Практическое занятие Коллоквиум (рубежный (модульный) контроль)	ПЗ	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
		Учет активности	А	У	Т	10	0	1
		Опрос письменный	ОП	В	Т	10	0	1
	К	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
		Опрос письменный	ОП	В	Р	10	0	1
Коллоквиум (итоговый контроль)	К	Тестирование в электронной форме	ТЭ	В	Р	10	0	1
		Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
	К	Опрос устный (защита задания)	ОУ	В	И	10	0	1

4 семестр

Виды занятий	Формы текущего контроля	ТК*	ВТК**	Max.	Min.	Шаг
--------------	-------------------------	-----	-------	------	------	-----

		успеваемости/виды работы						
Лекционное занятие	ЛЗ	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
Практическое занятие Коллоквиум (рубежный (модульный) контроль)	ПЗ	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
		Учет активности	А	У	Т	10	0	1
		Опрос письменный	ОП	В	Т	10	0	1
	К	Контроль присутствия	КП	П	Д	1	0	1
		Опрос письменный	ОП	В	Р	10	0	1
		Тестирование в электронной форме	ТЭ	В	Р	10	0	1

5.1.3. Весовые коэффициенты текущего контроля успеваемости обучающихся
(по видам контроля и видам работы)

Таб.5.1.3.

3 семестр

Вид контроля	План в %	Исходно		Формы текущего контроля успеваемости/ виды работы	ТК	План в %	Исходно		Коэф.
		Баллы	%				Баллы	%	
Текущий дисциплинирующий контроль	10	27	7,16	Контроль присутствия	КП	10	27	7,16	0,37
Текущий тематический контроль	30	300	79,6	Учет активности	У	5	150	39,8	0,033
				Опрос письменный	В	25	150	39,8	0,166
Текущий рубежный (модульный) контроль	40	40	10,6	Тестирование в электронной форме	В	15	20	5,3	0,75
				Опрос письменный	В	25	20	5,3	1,25
Текущий итоговый контроль	20	10	2,65	Опрос устный (защита задания)	В	20	10	2,65	2
Мах. кол. баллов	100								

4 семестр

Вид контроля	План в %	Исходно		Формы текущего контроля успеваемости/ виды работы	ТК	План в %	Исходно		Коэф.
		Баллы	%				Баллы	%	
Текущий дисциплинирующий контроль	10	27	6,97	Контроль присутствия	КП	10	27	6,97	0,41
Текущий тематический контроль	30	320	82,68	Учет активности	У	5	160	41,34	0,031
				Опрос письменный	В	25	160	41,34	0,156
Текущий рубежный (модульный) контроль	60	40	10,32	Тестирование в электронной форме	В	20	20	5,16	1
				Опрос	В	40	20	5,16	2

				письменный					
Мак. кол. баллов	100								

5.2. Порядок текущего контроля успеваемости обучающихся (критерии, показатели и порядок текущего контроля успеваемости обучающихся)

Критерии, показатели и порядок балльно-рейтинговой системы текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю) устанавливается Положением о балльно-рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования Российский национальный исследовательский медицинский университет им. Н.И. Пирогова Министерства здравоохранения Российской Федерации с изменениями и дополнениями (при наличии).

6. Организация промежуточной аттестации обучающихся

3 семестр.

- 1) Форма промежуточной аттестации согласно учебному плану - **зачет**.
- 2) Форма организации промежуточной аттестации:
– на основании семестрового рейтинга обучающихся.

4 семестр.

- 1) Форма промежуточной аттестации согласно учебному плану - **экзамен**.
- 2) Форма организации промежуточной аттестации:
– *устный опрос по билетам*, решение задачи.
- 3) Перечень тем, вопросов, практических заданий для подготовки к промежуточной аттестации.

Перечень вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

Различные определения вероятности события. Основные задачи теории вероятности и математической статистики.

Случайные события и операции над ними.

Классическое определение вероятности.

Принцип умножения и основные формулы комбинаторики.

Условная вероятность.

Вероятность объединения и произведения событий.

Формула полной вероятности, формула Байеса.

Геометрическое определение вероятности.

Схема независимых испытаний Бернулли и связанные с ней распределения.

Биномиальное распределение.

Пуассоновское распределение.

Геометрическое распределение.

Отрицательное биномиальное распределение.

Полиномиальное распределение.

Дискретные, непрерывные и смешанные одномерные случайные величины. Законы распределения (CDF, PMF, PDF), моменты и квантили.

Нормальное распределение. Функция Лапласа и ее квантили.

Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа – аппроксимация биномиального и пуассоновского распределения с помощью нормального.

Оценка вероятности по частоте появления события. Интервал рассеяния и доверительный интервал.

Планирование объема выборки для оценки вероятности при заданных значениях точности и надежности.

Функция распределения и плотность вероятности для системы двух и более случайных величин. Условные распределения, вектор математических ожиданий и матрица ковариаций.

Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.

Неравенства Маркова и Чебышева.

Функции случайных аргументов. Распределения суммы, разности, произведения и частного.

Методы линеаризации при нахождении среднего и дисперсии для функций от случайных аргументов. Преобразования, стабилизирующие дисперсию.

Производящие и характеристические функции. Вычисление моментов. Суммы и разности независимых случайных величин.

Центральная предельная теорема.

Двумерное нормальное распределение. Линейная регрессия.

Многомерное нормальное распределение. Линейные функции от нормально распределенных величин.

Основные методы построения точечных оценок – метод моментов, метод максимального правдоподобия. Понятие об устойчивом оценивании.

Точечные оценки параметров биномиального, пуассоновского, экспоненциального, равномерного, нормального (при известной дисперсии) распределений. Интервалы рассеяния и доверительные интервалы.

Проверка простых и сложных статистических гипотез: критическая область, p -value, односторонние и двухсторонние критерии, ошибки 1-ого и 2-ого рода, мощность критерия, множественные сравнения.

Основные распределения математической статистики – хи квадрат, Стьюдента, Фишера.

Построение точных доверительных интервалов для параметров нормального распределения с использованием распределений хи-квадрат и Стьюдента.

Проверка гипотез для параметров нормального распределения. Критерий Стьюдента для несвязанных и связанных выборок.

Расстояние Пирсона и хи квадрат критерий при проверке простых и сложных гипотез.

Анализ таблиц сопряженности.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Использование критерия хи квадрат и критерия Колмогорова.

Общая схема метода наименьших квадратов (МНК). Геометрическая интерпретация МНК в линейной модели.

Проверка линейных гипотез в МНК.

Линейная регрессия как пример использования МНК. Формулы для оценки параметров, доверительные интервалы, проверка гипотез о параметрах.

Однофакторный дисперсионный анализ, как обобщение задачи Стьюдента о сравнении двух выборок. F отношение Фишера.

Проблема множественных сравнений, метод Бонферони, метод Шеффе а однофакторном дисперсионном анализе.

Проверка простых гипотез. Лемма Неймана Пирсона. Пример - линейный дискриминант Фишера.

Метод последовательного анализа Вальда, для проверки простых гипотез. Преимущества и недостатки последовательной схемы в сравнении с обычным методом.

Метод главных компонент, ортогональная регрессия, гребневая (ridge) регрессия.

Методы классификации данных с учителем. Линейный дискриминант Фишера, SVM, random forest. Методы сравнения классификаторов – ROC кривые и кроссвалидация.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

обучающихся по дисциплине

7.1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (по периодам освоения образовательной программы) – согласно п. 1.3. настоящей рабочей программы дисциплины.

7.2 Критерии, показатели и порядок промежуточной аттестации обучающихся с использованием балльно-рейтинговой системы. Порядок перевода рейтинговой оценки обучающегося в традиционную систему оценок.

3 семестр

Порядок промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине (модулю) в форме зачёта

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме зачёта проводится на основании результатов текущего контроля успеваемости обучающегося в семестре, в соответствии с расписанием занятий по дисциплине, как правило на последнем занятии.

Время на подготовку к промежуточной аттестации не выделяется.

Критерии, показатели и порядок балльно-рейтинговой системы промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме зачета, а также порядок перевода рейтинговой оценки обучающегося в традиционную систему оценок устанавливается Положением о балльно-рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования Российский национальный исследовательский медицинский университет им. Н.И. Пирогова Министерства здравоохранения Российской Федерации с изменениями и дополнениями (при наличии).

4 семестр

Порядок промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине (модулю) в форме экзамена:

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме экзамена организуется в период экзаменационной сессии согласно расписанию экзаменов, на основании результатов текущего контроля успеваемости обучающегося в семестрах, в которых преподавалась дисциплина (модуль) и результатов экзаменационного испытания.

Порядок допуска обучающихся к промежуточной аттестации в форме экзамена, критерии, показатели и порядок балльно-рейтинговой системы промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме экзамена, а также порядок перевода рейтинговой оценки обучающегося в традиционную систему оценок устанавливается Положением о балльно-рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования Российский национальный исследовательский медицинский университет им. Н.И. Пирогова Министерства здравоохранения Российской Федерации с изменениями и дополнениями (при наличии).

Условные обозначения:

Типы контроля (ТК)**

Типы контроля		Тип оценки
Присутствие	П	наличие события
Выполнение (обязательный контроль)	В	дифференцированный

Структура итогового рейтинга по дисциплине

Дисциплина	Теория вероятности и математическая статистика		
Направление подготовки	Медицинская биофизика		
Семестры	3	4	
Трудоемкость семестров в часах (Тдсi)	108	144	
Трудоемкость дисциплины в часах за весь период ее изучения (Тд)	252		
Весовые коэффициенты семестровой рейтинговой оценки с учетом трудоемкости (Кросi)	0.67	0.33	
Коэффициент экзаменационного семестрового рейтинга за все семестры изучения дисциплины			0,7
Экзаменационный коэффициент (Кэ)			0,3

Структура промежуточной аттестации в форме экзамена

Форма промежуточной аттестации	Виды работы*		ТК**	Мах.	Весовой коэффициент, %	Коэффициент одного балла в структуре экзаменационной рейтинговой оценки	Коэффициент одного балла в структуре итогового рейтинга по дисциплине
Экзамен (Э)	Контроль присутствия	П	П	0			
	Опрос устный	ОУ	В	100	100		

*виды работы, см. условные обозначения в разделе 4.

Итоговый рейтинг обучающегося по дисциплине (модулю) (РИ%) переводится в традиционную шкалу оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» в следующем порядке:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если итоговый рейтинг по дисциплине (модулю) (РИ%) находится в пределах от 90% до 100%;

- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если итоговый рейтинг по дисциплине (модулю) (РИ%) находится в пределах от 80% до 89.99%;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если итоговый рейтинг по дисциплине (модулю) (РИ%) находится в пределах от 70% до 79.99%;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если итоговый рейтинг по дисциплине (модулю) (РИ%) находится в пределах от 0% до 69.99%.

Положительные результаты прохождения обучающимися промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) - оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» - заносятся в экзаменационную ведомость (экзаменационный (зачётный) лист) и в зачетную книжку обучающегося.

Неудовлетворительные результаты промежуточной аттестации обучающихся - оценка «неудовлетворительно» заносятся в экзаменационную ведомость или в экзаменационный (зачётный) лист.

Если обучающийся на экзамен не явился в экзаменационной ведомости (в экзаменационном (зачётном) листе) делается отметка «неявка».

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для проведения промежуточной аттестации

Экзаменационные билеты для проведения экзамена по дисциплине «теория вероятностей и математическая статистика» по специальности 30.05.02 Медицинская биофизика:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский университет имени Н.И. Пирогова» Министерства здравоохранения Российской Федерации (ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России)

Кафедра Высшей математики МБФ

Билет № 1
Экзаменационный билет

для проведения промежуточной аттестации (экзамена ,4-й семестр)

*по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика»
по направлению подготовки (специальности) «Медицинская биофизика»*

1. Пуассоновское распределение. Связь его с биномиальным и нормальным распределениями.
2. Хи-квадрат критерий Пирсона при проверке простых и сложных гипотез.
3. При облучении клеток рентгеновскими лучами зарегистрированы следующие числа хромосомных нарушений:
0 - 280 клеток, 1 - 75 клеток, 2 - 12 клеток, 3 - 1 клетка.
Проверить согласуются ли полученные данные с пуассоновским распределением, и построить доверительный интервал для параметра пуассоновского распределения.

Заведующий кафедрой _____

/Акимов В.Н./

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский национальный исследовательский медицинский университет
имени Н.И. Пирогова» Министерства здравоохранения Российской Федерации
(ФГАОУ ВО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России)

Кафедра Высшей математики МБФ

Билет № 2
Экзаменационный билет

*для проведения промежуточной аттестации (экзамена ,4-й семестр)
по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика»
по направлению подготовки (специальности) «Медицинская биофизика»*

1. Случайные события, операции над событиями.
2. Оценка вероятности события по частоте его появления. Построение доверительного интервала для вероятности по известной частоте события. Построение интервала рассеивания для частоты по известной вероятности события.
3. Имплантация оплодотворенных яйцеклеток. В каждой из 100 проведенных операций в матку были введены 3 оплодотворенные яйцеклетки. Получены следующие результаты: в 45 случаях ни одна из яйцеклеток не имплантировалась, в 40 - имплантировалась одна, в 13 случаях - две и в 2 случаях - все три. Предполагая, что успешная имплантация каждой яйцеклетки не зависит от судьбы других, построить доверительный интервал для вероятности успешной имплантации одной яйцеклетки. Согласуются ли полученные результаты с биномиальным распределением?

Заведующий кафедрой _____

/Акимов В.Н./

8. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины,

Обучение по дисциплине «теория вероятностей и математическая статистика» складывается из контактной работы, включающей лекционные занятия, практические занятия и коллоквиумы (модульные контрольные работы состоят из двух форм работы: электронного тестирования в системе АОС и выполнения письменной контрольной работы), самостоятельной работы и промежуточной аттестации.

Лекционные занятия проводятся с использованием меловых досок в традиционном стиле.

Практические занятия проходят в учебных аудиториях. В ходе занятий студенты закрепляют теоретические сведения и приобретают навыки решения задач математического и прикладного характера.

Коллоквиум является важным видом занятия, в рамках которого проводится текущий рубежный, а также текущий итоговый контроль успеваемости студента. При подготовке к коллоквиумам студенту следует внимательно изучить материалы лекций и рекомендуемую литературу, а также проработать задачи, которые разбирались на занятиях или были рекомендованы для самостоятельного решения.

Самостоятельная работа студента направлена на подготовку к текущему тематическому, текущему рубежному и текущему итоговому контролю успеваемости. Самостоятельная работа включает в себя проработку лекционных материалов, изучение рекомендованной по данному курсу учебной литературы, изучение информации, публикуемой в периодической печати и представленной в Интернете.

9. Учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины

9.1. Основная и дополнительная литература по дисциплине:

9.1.1. Основная литература:

№ п/п	Наименование	Автор	Год и место издания	Используется при изучении разделов	Семестр	Количество экземпляров	
						в библиотеке	электронный адрес ресурсов
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Теория вероятностей.	Вентцель Е.С.	КноРус, 658 стр., 2018 г. Юстиция, 2018 г.	1-2	3-4	73	
2	Теория вероятностей и математическая статистика.	Колемаев В.А., Калинина В.Н.	КноРус, 2009, 376 стр.	1-2	3-4	50	
3	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций.	Свешников А.А.	Лань, 2021, 448 стр.	1-2	3-4	48	

9.1.2. Дополнительная литература:

№ п/п	Наименование	Автор	Год и место издания	Используется при изучении и разделов	Семестр	Количество экземпляров	
						в библиотеке	на кафедре
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Введение в теорию вероятностей и ее приложения Том 1	Феллер В	М., Либроком, 2010, 529 стр.	1	3	20	4
2	Справочник по прикладной статистике	Ред Э.Ллойд, У. Ледерман	Т.1 М.1989. 509 стр. Т.2 М.1990. 526 стр.	1-2	3-4		В электронной форме
	Основы статистического обучения: интеллектуальный анализ данных, логический вывод и прогнозирование	Хасте Т, Тибришани Р., Фридман Д.	Вильямс, 2020	2	4		
8	Методические разработки по курсу теории вероятности и математической статистике.	Акимов В.Н., Пятницкий А.М.		1-2	3-4		В электронной форме

Книгообеспеченность образовательной программы представлена по ссылке

<https://rsmu.ru/library/resources/knigoobespechennost/>

9.2. Перечень ресурсов информационно - телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины, профессиональные базы данных:

1. Электронная библиотечная система РНИМУ <https://library.rsmu.ru/resources/e-lib/els/>

2. Консультант студента <https://www.studentlibrary.ru/>
3. ЭБС «Айбукс» <https://ibooks.ru/>
4. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/>
5. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. ЭБС «IPR BOOKS» <https://www.iprbookshop.ru/>
7. ЭБС «Букап» <https://www.books-up.ru/>
8. «Pub Med» <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/>
9. «Scopus» <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic&zone=header&origin=#basic>
10. «Web of Science» <https://clarivate.com/>
11. Wiley Online Library <https://onlinelibrary.wiley.com/>
12. Российская государственная библиотека <https://www.rsl.ru/>
13. Российская национальная библиотека <https://nlr.ru/>
14. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
15. Руководство по медицине - Oxford Medical Handbook online-ОМНО (<http://oxfordjournals.org>).

9.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при наличии);

1. Автоматизированная образовательная среда университета.
2. Балльно-рейтинговая система контроля качества освоения образовательной программы в автоматизированной образовательной системе университета.

9.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), как на территории Университета, так и вне ее.

Электронная информационно-образовательная среда университета обеспечивает:

- доступ к учебному плану, рабочей программе дисциплины, электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочей программе дисциплины;
- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение его работ и оценок за эти работы.

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренные программой специалитета, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения (ноутбуки, мультимедийный проектор, проекционный экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения (состав определяется в рабочей программе дисциплины и подлежит обновлению при необходимости).

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочей программе дисциплины, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину.

Обучающимся обеспечен доступ (удаленный доступ), в том числе в случае применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определяется в рабочей программе дисциплины и подлежит обновлению (при необходимости).

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Заведующий кафедрой

Акимов В. Н.

Приложения:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине.

2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине.

Типовые задачи по Теории Вероятности.

1. В течение 10 дней ученик посещал школу и за это время получил 5 двоек (по одной в день) и 6 раз по дороге домой видел черную кошку, причем 4 раза получение двойки и встреча черной кошки происходили в одни и те же дни. Можно ли приписать это случайности? Тот же вопрос, если наблюдалось 5 совпадений.

2. Двенадцать полученных за год (при ежедневной езде) штрафов за незаконную ночную парковку машины пришлось на вторники и четверги. Можно ли считать, что штрафы случайно распределены по дням недели? Тот же вопрос при условии, что ни один штраф не пришелся на воскресенье.

3. Имеется N точек ($N \gg 1$), причем с вероятностью p ($p \ll 1$) между каждой парой точек существует связь (такая модель соответствует “случайному графу”). Найти вероятность того, что случайно выбранная точка а) изолирована, б) соединена только с одной точкой.

4. В течение года при лечении одной и той же нозологической формы рандомизировано применялся один из 4-х способов терапии. Первоначально все они рассматривались как эквивалентные. К концу года общее число осложнений оказалось равно 4, причем 3 из них возникли при использовании способа №4. Можно ли утверждать, что способ №4 увеличивает риск осложнений? Тот же вопрос, если до(!) начала наблюдений были основания предполагать больший риск при использовании способа №4.

5. Вероятность правильной диагностики туберкулеза при рентгеновском обследовании – 0.9, вероятность ошибочной диагностики туберкулеза у здорового человека – 0.03. Доля больных туберкулезом в популяции – 0.02. Какова вероятность того, что диагноз туберкулеза у случайно выбранного из популяции человека поставлен правильно? Применить формулу Байеса.

6. Байесовский подход к оцениванию. В ящике содержится 10 шаров, из которых K – белого цвета. Величина K предполагается случайной, а все ее возможные значения (от 0 до 10) равновероятными (“априорное распределение”). Производится “опыт”: из ящика 5 раз с возвращением извлекается шар, и каждый раз он оказывается белым. Найти закон распределения для величины K после проведения опыта (“апостериорное распределение”).

7. При проведении Экстра Корпорального Оплодотворения (ЭКО) эмбрион после введения в матку имплантируется с вероятностью $p=0.3$. ЭКО считается успешным, если имплантируется один или два эмбриона. Какое количество эмбрионов надо вводить в матку, чтобы вероятность успешного завершения ЭКО (на стадии имплантации) была максимальной? При расчете считать имплантации независимыми событиями.

8. По 9 ячейкам случайно распределяется 6 частиц. Найти вероятность того что в одной ячейке находятся 4 частицы, а в двух по одной.

9. При бросании игральной кости первый раз число “6” появилось при 19-ом бросании. Можно ли считать игральную кость правильной?

10. Один стоматолог предложил следующую модель развития кариеса. С одной и той же вероятностью p каждый из зубов независимо от других(!) может быть поражен кариесом. Вероятность p зависит от концентрации фтора в воде, которую пьют жители данного населенного пункта. Стоматолог обследовал много населенных пунктов и в каждом определял два числа – 1) долю людей больных кариесом и 2) интенсивность поражения (среднее число больных зубов у случайно выбранного человека). Какова должна быть связь между этими величинами, если считать модель верной?

11. В мембране имеется n независимо функционирующих каналов, каждый из которых с вероятностью p может быть открыт и закрыт с вероятностью $1-p$. Используя разные концентрации блокатора канала величину p можно менять от 0 до 1. Найти связь между дисперсией трансмембранного тока и его средним значением. (Исторически этот способ использовался для определения проводимости одного канала и их общего числа.)

12. Индикаторы событий и вычисление моментов. Последовательность из N цифр от 1 до N случайно переставляется. Найти математическое ожидание и дисперсию числа цифр K , оставшихся на своем месте. При расчете ввести индикаторы событий K_i , представив $K = K_1 + K_2 + \dots + K_N$. Если i -ая цифра осталась на месте, то индикатор $K_i = 1$, если нет, то $K_i = 0$.

13. Рассматривается линейный массив длины n ($n \gg 1$). Каждая позиция в массиве с вероятностью p занята и с вероятностью $1-p$ свободна. Найти математическое ожидание для числа сегментов из занятых позиций (“кластеров”) с длиной k ($k \leq n$). Указание - ввести в каждой позиции индикатор X_k , который равен 1, если данная позиция принадлежит сегменту с длиной k и 0 в противном случае.

14. Накопление сигнала. При измерении неслучайного сигнала постоянной формы шум, аддитивно накладывающийся на сигнал, в 10 раз превышает по амплитуде сигнал. Сколько накоплений измеряемого сигнала следует произвести, чтобы добиться обратного соотношения: амплитуда шума в 10 раз меньше амплитуды полезного сигнала? Реализации шума считаются независимыми, среднее значение шума равно нулю, а его амплитуда пропорциональна с.к.о.

15. За 30 лет практики терапевт наблюдал два случая, когда сердце пациента располагалось с правой стороны, причем оба эти случая встретились ему осенью одного и того же года. Можно ли приписать это случайности? Близкий вопрос, ответ на который обычно кажется странным: каково наиболее вероятное расстояние между двумя точками, выбранными случайно на интервале длины 1?

16. Пусть X - наименьшая из 10 независимых случайных величин, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$. Найти для с.в. X плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсию.

17. Дана последовательность независимых стандартных нормальных случайных величин $X(i) \sim N(0,1)$. Найти математическое ожидание случайной величины $X(i)$, если она больше предшествующей: $E(X(i) | X(i-1) < X(i)) = ?$

18. В модели диффузии частица на каждом шаге с вероятностью 0.5 остается на месте, с вероятностью 0.2 сдвигается на две единицы влево и с вероятностью 0.3 вправо на четыре единицы. Найти приближенный закон распределения для координаты частицы после 100 шагов, если смещения предполагаются независимыми (использовать ЦПТ).

19. Найти закон распределения квадрата расстояния между двумя точками, случайно выбранными внутри n - мерного куба с ребром равным единице для $n \gg 1$ (использовать ЦПТ).

20. Билет из 6 цифр считался “счастливым”, если сумма первых трех цифр была равна сумме трех последних (например - “054126”). Считая, что каждая цифра независимо от других принимает значения от 0 до 9 с равной вероятностью, найти вероятность получения счастливого билета (приближенно с помощью ЦПТ или точно с помощью производящей функции).

21. Рассматриваются последовательности длины n , состоящие из 0 и 1. Между двумя такими последовательностями измеряется “манхэттенское расстояние” (сумма модулей разностей цифр на одинаковых позициях). Найти распределение этого расстояния, если доля единиц в каждой последовательности равна p и они распределены случайно и независимо друг от друга (использовать ЦПТ).

Типовые задачи по Математической Статистике.

Обозначения: α – величина ошибки 1-ого рода (размер критерия). β - величина ошибки 2-го рода.

1. Непрерывная случайная величина имеет равномерное распределение в интервале $(0; a)$.

Сравниваются две оценки величины a . В случае №1 оценкой является удвоенное среднее арифметическое выборки, а в случае №2 – максимальное выборочное значение. Найти распределения оценок №1 и №2 (в случае №1 использовать ЦПТ). Какая из этих двух оценок предпочтительнее и почему?

2. Согласно нулевой гипотезе случайная величина имеет равномерный закон распределение на интервале $[0, 5]$. Проведено 100 измерений и среднее арифметическое выборки оказалось равным 2.91. Проверить нулевую гипотезу для $\alpha=0.05$.

3. За первый год наблюдения на данном участке дороги было зарегистрировано 10 несчастных случаев, а за второй год – 14. Можно ли утверждать, что число несчастных случаев значительно увеличилось? (считать, что число несчастных случаев имеет пуассоновское распределение).

4. При наблюдении независимых реализаций пуассоновской случайной величины с параметром λ (λ – среднее значение), не регистрируются случаи, когда случайная величина принимает нулевые значения (имеет место “цензурирование”). Например, вместо последовательности данных 1, 2, 1, 0, 0, 4 будет зарегистрирована последовательность 1, 2, 1, 4. Вывести формулу для оценки параметра λ , используя Метод Моментов или Метод Максимального Правдоподобия (метод ММП лучше, так как позволяет легко найти и приближенную формулу для дисперсии оценки!).

5. Согласно нулевой гипотезе случайная величина имеет стандартное нормальное распределение. Проведено пять независимых измерений, причем наибольшее по величине значение оказалось равным 2.11. Проверить нулевую гипотезу для $\alpha=0.025$.

6. Согласно нулевой гипотезе случайная величина имеет стандартное нормальное распределение. Проведено пять независимых измерений: 1.86; -1.71; 1.63; -1.61; 1.65. Проверить нулевую гипотезу для $\alpha=0.05$ с помощью распределения хи-квадрат.

7. При измерении времени жизни проводящего канала получены следующие значения (в миллисекундах): 901, 1570, 849, 2040, 641, 1551, 440, 556, 223, 1207, 36, 747, 188, 796, 1980. Предполагая, что время жизни канала имеет экспоненциальное распределение с единственным неизвестным параметром, имеющим смысл математического ожидания времени жизни t_0 , найти доверительный интервал для t_0 . Сколько измерений потребуется, чтобы оценить t_0 с точностью 0.1 сек с коэффициентом доверия 0.95?
8. При облучении клеток рентгеновскими лучами зарегистрированы следующие числа хромосомных нарушений: 0 - 280 клеток, 1 - 75 клеток, 2 - 12 клеток, 3 - 1 клетка. Проверить согласуются ли полученные данные с пуассоновским распределением, и построить доверительный интервал для параметра пуассоновского распределения.
9. Каков необходимый объем выборки для того, чтобы оценить частоту встречаемости дальтоники в популяции с точностью 0.1% и надежностью 0.99?
10. Новое лекарство тестируется на выборке из 40 пациентов. 20 случайно выбранным пациентам давали лекарство, а остальным 20 – плацебо. В первой группе состояние улучшилось у 8 пациентов, а во второй - у 2. Можно ли утверждать, что лекарство производит значимый положительный эффект?
11. Проверка законов Менделя. При скрещивании гибридов первого поколения гетерозигот Аа между собой исследовано 100 потомков, из которых 30 оказались гомозиготами аа. Автор исследования утверждает, что результаты работы противоречат менделевскому расщеплению в отношении 3:1. Согласны ли вы с этим? Изменится ли ваш ответ, если бы исследование было проведено на 1000 потомках, причем 300 из них были бы гомозиготами аа?
12. Имплантация эмбрионов (ЭКО). В каждой из 100 проведенных операций в матку были введены 3 эмбриона. Получены следующие результаты: в 45 случаях ни один из эмбрионов не имплантировался, в 40 - имплантировался один, в 13 случаях - два и в двух случаях все три. Предполагая, что успешная имплантация каждого эмбриона не зависит от судьбы других, и вероятность имплантации p одинакова, построить доверительный интервал для величины p . Применить хи-квадрат критерий и проверить модель.
13. Линейная регрессия. Для трех точно известных значений напряжения: 10В, 20В, 30В измерены три значения тока, протекающего через сопротивление, величина которого предполагается постоянной. Получены следующие значения тока: 11мА, 18мА, 35мА. Считая ошибки в измерении тока независимыми и имеющими одно и то же нормальное распределение со средним значением равным нулю построить доверительный интервал для величины неизвестного сопротивления.
14. Линейные гипотезы в МНК. Проведены 4 измерения углов в треугольнике ABC:
 $\angle A : 50^\circ; 60^\circ; \angle B : 70^\circ; \angle C : 65^\circ$. Ошибки в измерении углов независимы и имеют одно и то же нормальное распределение со средним значением равным нулю. Проверить гипотезу о том, что треугольник ABC является равносторонним.
15. ANOVA. Даны три выборки: 2, 10, 11, 5; 11, 7, 14, 16; 3, 9, 12, 8. Предполагая верными предпосылки для возможности применения ANOVA проверить гипотезу равенства математических ожиданий, и в случае, если гипотеза будет отвергнута, произвести попарные сравнения.
16. Объединение независимых критериев. После проверки нулевой гипотезы в трех независимых экспериментах получены следующие значения p value: 0.15; 0.08; 0.09. Можно ли отвергнуть нулевую гипотезу, если использовать метод Фишера для анализа объединенных данных?

17. Планирование объема выборки. Каков необходимый объем выборки n для того, чтобы различить две простые гипотезы: $H_0: Y \sim N(0, \sigma^2 = 4)$ и $H_1: Y \sim N(2, \sigma^2 = 4)$ с вероятностями ошибок $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.001$.

18. Проверка простых гипотез. Известно, что в мембране клетки существует два типа каналов – со средним временем жизни 1.0 и 3.0 мсек. Три измерения времени жизни единичного канала привели к следующим результатам: 1.2, 2.8, 2.2. К какому из данных двух типов следует отнести канал? Какова вероятность неправильной классификации? Предполагается, что время жизни каналов имеет экспоненциальный закон распределения.

19. Линейный дискриминант Фишера (ЛДФ). В качестве альтернатив рассматриваются два нормальных распределения с одинаковой ковариационной матрицей V и разными математическими ожиданиями m_1 и m_2

$$N(\vec{m}_1, V), \quad N(\vec{m}_2, V), \quad \text{где: } \vec{m}_1 = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}, \quad \vec{m}_2 = \begin{pmatrix} 4.0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 4.0 & 1.0 \\ 1.0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

Построить ЛДФ и найти ошибки классификации.

20. Последовательный анализ. Рассматривается последовательность независимых опытов, в которых либо происходит, либо нет, событие A . Если событие происходит, то индикатор события равен 1, если нет – 0. Для двух простых гипотез $H_0: P(A)=0.1$ и $H_1: P(A)=0.8$, и ошибок $\alpha=0.05$, $\beta=0.05$ провести последовательную проверку этих гипотез для данных: 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0.

