

Кафедра высшей математики МБФ

Дисциплина: Математика.

Раздел: Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Самостоятельная работа студентов.

Рекомендации к оформлению работы.

Работа выполняется аккуратно в отдельной тетрадке. Каждая задача сопровождается пояснениями, в том числе с помощью рисунков. Рабочие формулы выписывать обязательно.

Темы для изучения.

- 1) Векторы. Линейные операции над векторами.
- 2) Скалярное произведение, его свойства. Длина вектора. Угол между двумя векторами.
- 3) Определители, их свойства.
- 4) Векторное произведение. Свойства. Геометрический смысл.
- 5) Смешанное произведение, его свойства. Геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
- 6) Плоскость. Уравнения плоскости.
- 7) Расстояние от точки до плоскости.
- 8) Уравнения прямой в пространстве. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

- 1) Пусть векторы a и b не коллинеарны и $\overrightarrow{AB} = \frac{\alpha}{2}a$, $\overrightarrow{BC} = 4(\beta a - b)$, $\overrightarrow{CD} = -4\beta b$, $\overrightarrow{DA} = a + \alpha b$.

Найти α и β и доказать коллинеарность векторов \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{DA} .

- 2) Разложить вектор $s = a + b - 2c$ по трем некомпланарным векторам $m = a + b - 2c$, $n = a - b$, $p = 2b + 3c$.

- 3) Найти угол между единичными векторами e_1 и e_2 если известно, что векторы $a = e_1 + 2e_2$ и $b = 5e_1 - 4e_2$ взаимно перпендикулярны.

- 4) Доказать компланарность векторов a, b и c , зная, что

$$[ab] + [bc] + [ca] = 0.$$

- 5) Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через точки (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) перпендикулярно плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$, можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0.$$

6) Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через пересекающиеся прямые

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \text{ и } \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2},$$

можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

7) Доказать, что уравнения прямой, проходящей через точку (x_1, y_1, z_1) параллельно плоскостям $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, можно записать в виде

$$\frac{x-x_1}{\begin{vmatrix} B_1C_1 \\ B_2C_2 \end{vmatrix}} = \frac{y-y_1}{\begin{vmatrix} A_1C_1 \\ A_2C_2 \end{vmatrix}} = \frac{z-z_1}{\begin{vmatrix} A_1B_1 \\ A_2B_2 \end{vmatrix}}$$

8) Доказать, что необходимым и достаточным условием принадлежности двух прямых

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \text{ и } \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2},$$

одной плоскости является выполнение равенства

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

9) Доказать, что расстояние от точки A до прямой, проходящей через точку B и имеющей направляющий вектор S , определяется формулой

$$d = \frac{\left| [S, \overrightarrow{AB}] \right|}{|S|}.$$

10) Даны две скрещивающиеся прямые, проходящие соответственно через точки $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$. Их направляющие векторы S_1 и S_2 известны. Доказать, что расстояние между ними определяется формулой

$$d = \frac{\left| S_1 S_2 \overrightarrow{AB} \right|}{\left| [S_1 S_2] \right|}.$$

Рисунки ,рабочие формулы и пояснения к задачам обязательны!

Индивидуальные домашние задания.

Задача 1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

1. $x = \{-2, 4, 7\},$
 $p = \{0, 1, 2\},$
 $q = \{1, 0, 1\},$
 $r = \{-1, 2, 4\}.$

2. $x = \{6, 12, -1\},$
 $p = \{1, 3, 0\},$
 $q = \{2, -1, 1\},$
 $r = \{0, -1, 2\}.$

3. $x = \{1, -4, 4\},$
 $p = \{2, 1, -1\},$
 $q = \{0, 3, 2\},$
 $r = \{1, -1, 1\}.$

4. $x = \{-9, 5, 5\},$
 $p = \{4, 1, 1\},$
 $q = \{2, 0, -3\},$
 $r = \{-1, 2, 1\}.$

5. $x = \{-5, -5, 5\},$
 $p = \{-2, 0, 1\},$
 $q = \{1, 3, -1\},$
 $r = \{0, 4, 1\}.$

6. $x = \{13, 2, 7\},$
 $p = \{5, 1, 0\},$
 $q = \{2, -1, 3\},$
 $r = \{1, 0, -1\}.$

7. $x = \{-19, -1, 7\},$
 $p = \{0, 1, 1\},$
 $q = \{-2, 0, 1\},$
 $r = \{3, 1, 0\}.$

8. $x = \{3, -3, 4\},$
 $p = \{1, 0, 2\},$
 $q = \{0, 1, 1\},$
 $r = \{2, -1, 4\}.$

9. $x = \{3, 3, -1\},$
 $p = \{3, 1, 0\},$
 $q = \{-1, 2, 1\},$
 $r = \{-1, 0, 2\}.$

10. $x = \{-1, 7, -4\},$
 $p = \{-1, 2, 1\},$
 $q = \{2, 0, 3\},$
 $r = \{1, 1, -1\}.$

11. $x = \{6, 5, -14\},$
 $p = \{1, 1, 4\},$
 $q = \{0, -3, 2\},$
 $r = \{2, 1, -1\}.$

12. $x = \{6, -1, 7\},$
 $p = \{1, -2, 0\},$
 $q = \{-1, 1, 3\},$
 $r = \{1, 0, 4\}.$

13. $x = \{5, 15, 0\},$
 $p = \{1, 0, 5\},$
 $q = \{-1, 3, 2\},$
 $r = \{0, -1, 1\}.$

14. $x = \{2, -1, 11\},$
 $p = \{1, 1, 0\},$
 $q = \{0, 1, -2\},$
 $r = \{1, 0, 3\}.$

15. $x = \{11, 5, -3\},$
 $p = \{1, 0, 2\},$
 $q = \{-1, 0, 1\},$
 $r = \{2, 5, -3\}.$

16. $x = \{8, 0, 5\},$
 $p = \{2, 0, 1\},$
 $q = \{1, 1, 0\},$
 $r = \{4, 1, 2\}.$

17. $x = \{3, 1, 8\},$
 $p = \{0, 1, 3\},$
 $q = \{1, 2, -1\},$
 $r = \{2, 0, -1\}.$

18. $x = \{8, 1, 12\},$
 $p = \{1, 2, -1\},$
 $q = \{3, 0, 2\},$
 $r = \{-1, 1, 1\}.$

19. $x = \{-9, -8, -3\},$
 $p = \{1, 4, 1\},$
 $q = \{-3, 2, 0\},$
 $r = \{1, -1, 2\}.$

20. $x = \{-5, 9, -13\},$
 $p = \{0, 1, -2\},$
 $q = \{3, -1, 1\},$
 $r = \{4, 1, 0\}.$

21. $x = \{-15, 5, 6\},$
 $p = \{0, 5, 1\},$
 $q = \{3, 2, -1\},$
 $r = \{-1, 1, 0\}.$

22. $x = \{8, 9, 4\},$
 $p = \{1, 0, 1\},$
 $q = \{0, -2, 1\},$
 $r = \{1, 3, 0\}.$

23. $x = \{23, -14, -30\},$
 $p = \{2, 1, 0\},$
 $q = \{1, -1, 0\},$
 $r = \{-3, 2, 5\}.$

24. $x = \{3, 1, 3\},$
 $p = \{2, 1, 0\},$
 $q = \{1, 0, 1\},$
 $r = \{4, 2, 1\}.$

- | | | | |
|-----|-----------------------|-------------------------|-------------------------|
| | $x = \{11, -1, 4\},$ | $x = \{0, -8, 9\},$ | $x = \{-15, -20, -1\},$ |
| 25. | $p = \{1, -1, 2\},$ | 28. $p = \{0, -2, 1\},$ | 31. $p = \{0, 2, 1\},$ |
| | $q = \{3, 2, 0\},$ | $q = \{3, 1, -1\},$ | $q = \{0, 1, -1\},$ |
| | $r\{-1, 1, 1\}.$ | $r\{4, 0, 1\}.$ | $r\{5, -3, 2\}.$ |
| | $x = \{11, -1, 4\},$ | $x = \{8, -7, -12\},$ | |
| 26. | $p = \{1, -1, 2\},$ | 29. $p = \{0, 1, 5\},$ | |
| | $q = \{3, 2, 0\},$ | $q = \{3, -1, 2\},$ | |
| | $r\{-1, 1, 1\}.$ | $r\{-1, 0, 1\}.$ | |
| | $x = \{-13, 2, 18\},$ | $x = \{2, 7, 5\},$ | |
| 27. | $p = \{1, 1, 4\},$ | 30. $p = \{1, 0, 1\},$ | |
| | $q = \{-3, 0, 2\},$ | $q = \{1, -2, 0\},$ | |
| | $r\{1, 2, -1\}.$ | $r\{0, 3, 1\}.$ | |

Задача 2. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

- $a = \{1, -2, 3\}, b\{3, 0, -1\}, c_1 = 2a + 4b, c_2 = 3b - a.$
- $a = \{1, 0, 1\}, b\{-2, 3, 5\}, c_1 = a + 2b, c_2 = 3a - b.$
- $a = \{-2, 4, 1\}, b\{1, -2, 7\}, c_1 = 5a + 3b, c_2 = 2a - b.$
- $a = \{1, 2, -3\}, b\{2, -1, -1\}, c_1 = 4a + 3b, c_2 = 8a - b.$
- $a = \{3, 5, 4\}, b\{5, 9, 7\}, c_1 = -2a + b, c_2 = 3a - 2b.$
- $a = \{1, 4, -2\}, b\{1, 1, -1\}, c_1 = a + b, c_2 = 4a + 2b.$
- $a = \{1, -2, 5\}, b\{3, -1, 0\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$
- $a = \{3, 4, -1\}, b\{2, -1, 1\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$
- $a = \{-2, -3, -2\}, b\{1, 0, -5\}, c_1 = 3a + 9b, c_2 = -a - 3b.$
- $a = \{1, 4, 2\}, b\{3, -2, 6\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$
- $a = \{5, 0, -1\}, b\{7, 2, 3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$
- $a = \{0, 3, -2\}, b\{1, -2, 1\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 3a + 5b.$
- $a = \{-2, 7, -1\}, b\{-3, 5, 2\}, c_1 = 2a + 3b, c_2 = 3a + 2b.$
- $a = \{3, 7, 0\}, b\{1, -3, 4\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$
- $a = \{-1, 2, -1\}, b\{2, -7, 1\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$
- $a = \{7, 9, -2\}, b\{5, 4, 3\}, c_1 = 4a - b, c_2 = 4b - a.$
- $a = \{5, 0, -2\}, b\{6, 4, 3\}, c_1 = 5a - 3b, c_2 = 6b - 10a.$
- $a = \{8, 3, -1\}, b\{4, 1, 3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 2b - 4a.$
- $a = \{3, -1, 6\}, b\{5, 7, 10\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$

20. $a = \{1, -2, 4\}, b\{7, 3, 5\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$
 21. $a = \{3, 7, 0\}, b\{4, 6, -1\}, c_1 = 3a + 2b, c_2 = 5a - 7b.$
 22. $a = \{2, -1, 4\}, b\{3, -7, -6\}, c_1 = 2a - 3b, c_2 = 3a - 2b.$
 23. $a = \{5, -1, -2\}, b\{6, 0, 7\}, c_1 = 3a - 2b, c_2 = 4b - 6a.$
 24. $a = \{-9, 5, 3\}, b\{7, 1, -2\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3a + 5b.$
 25. $a = \{4, 2, 9\}, b\{0, -1, 3\}, c_1 = 4b - 3a, c_2 = 4a - 3b.$
 26. $a = \{2, -1, 6\}, b\{-1, 3, 8\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 2a - 5b.$
 27. $a = \{5, 0, 8\}, b\{-3, 1, 7\}, c_1 = 3a - 4b, c_2 = 12b - 9a.$
 28. $a = \{-1, 3, 4\}, b\{2, -1, 0\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$
 29. $a = \{4, 2, -7\}, b\{5, 0, -3\}, c_1 = a - 3b, c_2 = 6b - 2a.$
 30. $a = \{2, 0, -5\}, b\{1, -3, 4\}, c_1 = 2a - 5b, c_2 = 5a - 2b.$
 31. $a = \{-1, 2, 8\}, b\{3, 7, -1\}, c_1 = 4a - 3b, c_2 = 9b - 12a.$

Задача 3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

- | | | |
|----------------------|---------------------|---------------------|
| $A(1, -2, 3),$ | $A(-3, -7, -5),$ | $A(0, 0, 4),$ |
| 1. $B(0, -1, 2),$ | 7. $B(0, -1, -2),$ | 14. $B(-3, -6, 1),$ |
| $C(3, -4, 5).$ | $C(2, 3, 0).$ | $C(-5, -10, -1).$ |
| $A(0, -3, 6),$ | $A(2, -4, 6),$ | $A(2, -8, -1),$ |
| 2. $B(-12, -3, -3),$ | 8. $B(0, -2, 4),$ | 15. $B(4, -6, 0),$ |
| $C(-9, -3, -6).$ | $C(6, -8, 10).$ | $C(-2, -5, -1).$ |
| $A(3, 3, -1),$ | $A(0, 1, -2),$ | $A(3, -6, 9),$ |
| 3. $B(5, 5, -2),$ | 9. $B(3, 1, 2),$ | 16. $B(0, -3, 6),$ |
| $C(4, 1, 1).$ | $C(4, 1, 1).$ | $C(9, -12, 15).$ |
| $A(1, -2, 3),$ | $A(3, 3, -1),$ | $A(0, 2, -4),$ |
| 4. $B(0, -1, 2),$ | 10. $B(1, 5, -2),$ | 17. $B(8, 2, 2),$ |
| $C(3, -4, 5).$ | $C(4, 1, 1).$ | $C(6, 2, 4).$ |
| $A(-4, -20),$ | $A(2, 1, -1),$ | $A(3, 3, -1),$ |
| 5. $B(-1, -2, 4),$ | 11. $B(6, -1, -4),$ | 18. $B(5, 1, -2),$ |
| $C(3, -2, 1).$ | $C(4, 2, 1).$ | $C(4, 1, 1).$ |
| $A(5, 3, -1),$ | $A(-1, -2, 1),$ | $A(-4, 3, 0),$ |
| 6. $B(5, 2, 0),$ | 12. $B(-4, -2, 5),$ | 19. $B(0, 1, 3),$ |
| $C(6, 4, -1).$ | $C(-8, -2, 2).$ | $C(-2, 4, -2).$ |
| | $A(6, 2, -3),$ | $A(1, -1, 0),$ |
| | 13. $B(6, 3, -2),$ | 20. $B(-2, -1, 4),$ |
| | $C(7, 3, -3).$ | $C(8, -1, -1).$ |

- | | | | |
|-----|----------------|---------------|----------------|
| | $A(7,0,2),$ | $A(0,3,-6),$ | $A(0,1,0),$ |
| 21. | $B(7,1,3),$ | $B(9,3,6),$ | $B(0,2,1),$ |
| | $C(8,-1,2).$ | $C(12,3,3).$ | $C(1,2,0).$ |
| | $A(2,3,2),$ | $A(3,3,-1),$ | $A(-4,0,4),$ |
| 22. | $B(-1,-3,-1),$ | $B(5,1,-2),$ | $B(-1,6,7),$ |
| | $C(-3,-7,-3).$ | $C(4,1,-3).$ | $C(1,10,9).$ |
| | $A(2,2,7),$ | $A(-2,1,1),$ | $A(-2,4,-6),$ |
| 23. | $B(0,0,6),$ | $B(2,3,-2),$ | $B(0,2,-4),$ |
| | $C(-2,5,7).$ | $C(0,0,3).$ | $C(-6,8,-10).$ |
| | $A(-1,2,-3),$ | $A(1,4,-1),$ | |
| 24. | $B(0,1,-2),$ | $B(-2,4,-5),$ | |
| | $C(-3,4,-5).$ | $C(8,4,0).$ | |

Задача 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b .

- | | |
|--|---|
| 1. $a = p + 2q, b = 3p - q;$ | $ p = 5, q = 4, (p \wedge q) = \pi/4.$ |
| $ p = 1, q = 2, (p \wedge q) = \pi/6.$ | 13. $a = 2p + 3q, b = p - 2q;$ |
| 2. $a = 3p + q, b = p - 2q;$ | $ p = 6, q = 7, (p \wedge q) = \pi/3.$ |
| $ p = 4, q = 1, (p \wedge q) = \pi/4.$ | 14. $a = 3p - q, b = p + 2q;$ |
| 3. $a = p - 3q, b = p + 2q;$ | $ p = 3, q = 4, (p \wedge q) = \pi/3.$ |
| $ p = 1/5, q = 1, (p \wedge q) = \pi/2.$ | 15. $a = 2p + 3q, b = p - 2q;$ |
| 4. $a = 3p - 22q, b = p + 5q;$ | $ p = 2, q = 3, (p \wedge q) = \pi/4.$ |
| $ p = 4, q = 1/2, (p \wedge q) = 5\pi/6.$ | 16. $a = 2p - 3q, b = 3p + q;$ |
| 5. $a = p - 2q, b = 2p + q;$ | $ p = 4, q = 1, (p \wedge q) = \pi/6.$ |
| $ p = 2, q = 3, (p \wedge q) = 3\pi/4.$ | 17. $a = 5p + q, b = p - 3q;$ |
| 6. $a = p + 3q, b = p - 2q;$ | $ p = 1, q = 2, (p \wedge q) = \pi/3.$ |
| $ p = 2, q = 3, (p \wedge q) = \pi/3.$ | 18. $a = 7p - 2q, b = p + 3q;$ |
| 7. $a = 2p - q, b = p + 3q;$ | $ p = 1/2, q = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$ |
| $ p = 3, q = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$ | 19. $a = 6p - q, b = p + q;$ |
| 8. $a = 4p + q, b = p - q;$ | $ p = 3, q = 4, (p \wedge q) = \pi/4.$ |
| $ p = 7, q = 2, (p \wedge q) = \pi/4.$ | 20. $a = 10p + q, b = 3p - 2q;$ |
| 9. $a = p - 4q, b = 3p + q;$ | $ p = 4, q = 1, (p \wedge q) = \pi/6.$ |
| $ p = 1, q = 2, (p \wedge q) = \pi/6.$ | 21. $a = 6p - q, b = p + 2q;$ |
| 10. $a = p + 4q, b = 2p - q;$ | $ p = 8, q = 1/2, (p \wedge q) = \pi/3.$ |
| $ p = 7, q = 2, (p \wedge q) = \pi/3.$ | 22. $a = 3p + 4q, b = q - p;$ |
| 11. $a = 3p + 2q, b = p - q;$ | $ p = 2,5, q = 2, (p \wedge q) = \pi/2.$ |
| $ p = 10, q = 1, (p \wedge q) = \pi/2.$ | 23. $a = 7p + q, b = p - 3q;$ |
| 12. $a = 4p - q, b = p + 2q;$ | $ p = 3, q = 1, (p \wedge q) = 3\pi/4.$ |

$$24. a = p + 3q, b = 3p - q;$$

$$|p| = 3, |q| = 5, (p \wedge q) = 2\pi/3.$$

$$25. a = 3p + q, b = p - 3q;$$

$$|p| = 7, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi/4.$$

$$26. a = 5p - q, b = p + q;$$

$$|p| = 5, |q| = 3, (p \wedge q) = 5\pi/6.$$

$$27. a = 3p - 4q, b = p + 3q;$$

$$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/4.$$

$$28. a = 6p - q, b = 5q + p;$$

$$|p| = 1/2, |q| = 4, (p \wedge q) = 5\pi/6.$$

$$29. a = 2p + 3q, b = p - 2q;$$

$$|p| = 2, |q| = 1, (p \wedge q) = \pi/3.$$

$$30. a = 2p - 3q, b = 5p + q;$$

$$|p| = 2, |q| = 3, (p \wedge q) = \pi/2.$$

$$31. a = 3p + 2q, b = 2p - q;$$

$$|p| = 4, |q| = 4, (p \wedge q) = 3\pi/4.$$

Задача 5. Компланарны ли векторы a , b и c .

$$1. a = \{2, 3, 1\}, b = \{-1, 0, -1\}, c = \{2, 2, 2\}.$$

$$2. a = \{3, 2, 1\}, b = \{2, 3, 4\}, c = \{3, 1, -1\}$$

$$3. a = \{1, 5, 2\}, b = \{-1, 1, -1\}, c = \{1, 1, 1\}.$$

$$4. a = \{1, -1, -3\}, b = \{3, 2, 1\}, c = \{2, 3, 4\}.$$

$$5. a = \{3, 3, 1\}, b = \{1, -2, 1\}, c = \{1, 1, 1\}.$$

$$6. a = \{3, 1, -1\}, b = \{-2, -1, 0\}, c = \{5, 2, -1\}.$$

$$7. a = \{4, 3, 1\}, b = \{1, -2, 1\}, c = \{2, 2, 2\}.$$

$$8. a = \{4, 3, 1\}, b = \{6, 7, 4\}, c = \{2, 0, -1\}.$$

$$9. a = \{3, 2, 1\}, b = \{1, -3, -7\}, c = \{1, 2, 3\}.$$

$$10. a = \{3, 7, 2\}, b = \{-2, 0, -1\}, c = \{2, 2, 1\}.$$

$$11. a = \{1, -2, 6\}, b = \{1, 0, 1\}, c = \{2, -6, 17\}.$$

$$12. a = \{6, 3, 4\}, b = \{-1, 2, -1\}, c = \{2, 1, 2\}.$$

$$13. a = \{7, 3, 4\}, b = \{-1, 2, -1\}, c = \{4, 2, 4\}.$$

$$14. a = \{2, 3, 2\}, b = \{4, 7, 5\}, c = \{2, 0, -1\}.$$

$$15. a = \{5, 3, 4\}, b = \{-1, 0, -1\}, c = \{4, 2, 4\}.$$

$$16. a = \{3, 10, 5\}, b = \{-2, -2, -3\}, c = \{2, 4, 3\}.$$

$$17. a = \{-2, -4, -3\}, b = \{4, 3, 1\}, c = \{6, 7, 4\}.$$

$$18. a = \{3, 1, -1\}, b = \{1, 0, -1\}, c = \{8, 3, -2\}.$$

$$19. a = \{4, 2, 2\}, b = \{-3, -3, -3\}, c = \{2, 1, 2\}.$$

$$20. a = \{4, 1, 2\}, b = \{9, 2, 5\}, c = \{1, 1, -1\}.$$

$$21. a = \{5, 3, 4\}, b = \{4, 3, 3\}, c = \{9, 5, 8\}.$$

$$22. a = \{3, 4, 2\}, b = \{1, 1, 0\}, c = \{8, 1, 6\}.$$

$$23. a = \{4, -1, -6\}, b = \{1, -3, -7\}, c = \{2, -1, -4\}.$$

$$24. a = \{3, 1, 0\}, b = \{-5, -4, -5\}, c = \{4, 2, 4\}.$$

$$25. a = \{3, 0, 3\}, b = \{8, 1, 6\}, c = \{1, 1, -1\}.$$

$$26. a = \{1, -1, 4\}, b = \{1, 0, 3\}, c = \{1, -3, 8\}.$$

$$27. a = \{6, 3, 4\}, b = \{-1, -2, -1\}, c = \{2, 1, 2\}.$$

$$28. a = \{4, 1, 1\}, b = \{-9, -4, -9\}, c = \{6, 2, 6\}.$$

$$29. a = \{-3, 3, 3\}, b = \{-4, 7, 6\}, c = \{3, 0, -1\}.$$

$$30. a = \{-7, 10, -5\}, b = \{0, -2, -1\}, c = \{-2, 4, -1\}.$$

$$31. a = \{7, 4, 6\}, b = \{2, 1, 1\}, c = \{19, 11, 17\}.$$

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $A_1(1,3,6),$
$A_2(2,2,1),$
$A_3(-1,0,1),$
$A_4(-4,6,-3).$ | 9. $A_1(-2,0,-4),$
$A_2(-1,7,1),$
$A_3(4,-8,-4),$
$A_4(1,-4,6).$ | $A_2(-3,6,3),$
$A_3(-2,7,3),$
$A_4(-4,8,-12).$ |
| 2. $A_1(-4,2,6),$
$A_2(2,-3,0),$
$A_3(-10,5,8),$
$A_4(-5,2,-4).$ | 10. $A_1(14,4,5),$
$A_2(-5,-3,2),$
$A_3(-2,-6,-3),$
$A_4(-2,2,-1).$ | 17. $A_1(-3,4,-7),$
$A_2(1,5,-4),$
$A_3(-5,-2,0),$
$A_4(2,5,4).$ |
| 3. $A_1(7,2,4),$
$A_2(7,-1,-2),$
$A_3(3,3,1),$
$A_4(-4,2,1).$ | 11. $A_1(1,2,0),$
$A_2(3,0,-3),$
$A_3(5,2,6),$
$A_4(8,4,-9).$ | 18. $A_1(-1,2,-3),$
$A_2(4,-1,0),$
$A_3(2,1,-2),$
$A_4(3,4,5).$ |
| 4. $A_1(2,1,4),$
$A_2(-1,5,-2),$
$A_3(-7,-3,2),$
$A_4(-6,-3,6).$ | 12. $A_1(2,-1,2),$
$A_2(1,2,-1),$
$A_3(3,2,1),$
$A_4(-4,2,5).$ | 19. $A_1(4,-1,3),$
$A_2(-2,1,0),$
$A_3(0,-5,1),$
$A_4(3,2,-6).$ |
| 5. $A_1(-1,-5,2),$
$A_2(-6,-,-3),$
$A_3(3,6,-3),$
$A_4(-10,6,7).$ | 13. $A_1(1,1,2),$
$A_2(-1,1,3),$
$A_3(2,-2,4),$
$A_4(-1,0,-2).$ | 20. $A_1(1,-1,1),$
$A_2(-2,0,3),$
$A_3(2,1,-1),$
$A_4(2,-2,-4).$ |
| 6. $A_1(0,-1,-1),$
$A_2(-2,3,5),$
$A_3(1,-5,-9),$
$A_4(-1,-6,3).$ | 14. $A_1(2,3,1),$
$A_2(4,1,-2),$
$A_3(6,3,7),$
$A_4(7,5,-3).$ | 21. $A_1(1,2,0),$
$A_2(1,-1,2),$
$A_3(0,1,-1),$
$A_4(-3,0,1).$ |
| 7. $A_1(5,2,0),$
$A_2(2,5,0),$
$A_3(1,2,4),$
$A_4(-1,1,1).$ | 15. $A_1(1,1,-1),$
$A_2(2,3,1),$
$A_3(3,2,1),$
$A_4(5,9,-8).$ | 22. $A_1(1,0,2),$
$A_2(1,2-1),$
$A_3(2,-2,1),$
$A_4(2,1,0).$ |
| 8. $A_1(2,-1,-2),$
$A_2(1,2,1),$
$A_3(5,0,-6),$
$A_4(-10,9,-7).$ | 16. $A_1(1,5,-7),$ | 23. $A_1(1,2,-3),$
$A_2(1,0,1),$
$A_3(-2,-1,6),$
$A_4(0,-5,-4).$ |
| | | 24. $A_1(3,10,-1),$ |

- | | | |
|--------------------|----------------------|---------------------|
| $A_2(-2,3,-5),$ | 26. $A_1(0,-3,1),$ | 29. $A_1(-3,-5,6),$ |
| $A_3(-6,0,-3),$ | $A_2(-4,1,2),$ | $A_2(2,1,-4),$ |
| $A_4(1,-1,2).$ | $A_3(2,-1,5),$ | $A_3(0,-3,-1),$ |
| 25. $A_1(-1,2,4),$ | $A_4(3,1,-4).$ | $A_4(-5,2,-8).$ |
| $A_2(-1,-2,-4),$ | 27. $A_1(1,3,0),$ | 30. $A_1(2,-4,-3),$ |
| $A_3(3,0,-1),$ | $A_2(4,-1,2),$ | $A_2(5,-6,0),$ |
| $A_4(7,-3,1).$ | $A_3(3,0,1),$ | $A_3(-1,3,-3),$ |
| | $A_4(-4,3,5).$ | $A_4(-10,-8,7).$ |
| | 28. $A_1(-2,-1,-1),$ | 31. $A_1(1,-1,2),$ |
| | $A_2(0,3,2),$ | $A_2(2,1,2),$ |
| | $A_3(3,1,-4),$ | $A_3(1,1,4),$ |
| | $A_4(-4,7,3).$ | $A_4(6,-3,8).$ |

Задача 7. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 .

- | | | |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| 1. $M_1(-3,4,-7),$ | 6. $M_1(1,0,2),$ | $M_2(4,-1,2),$ |
| $M_2(1,5,-4),$ | $M_2(1,2,-1),$ | $M_3(3,0,1),$ |
| $M_3(-5,-2,0),$ | $M_3(2,-2,1),$ | $M_0(4,3,0).$ |
| $M_0(-12,7,-1).$ | $M_0(-5,-9,1).$ | 12. $M_1(-2,-1,-1),$ |
| 2. $M_1(-1,2,-3),$ | 7. $M_1(1,2,-3),$ | $M_2(0,3,2),$ |
| $M_2(4,-1,0),$ | $M_2(1,0,1),$ | $M_3(3,1,-4),$ |
| $M_3(2,1,-2),$ | $M_3(-2,-1,6),$ | $M_0(-21,20,-16).$ |
| $M_0(1,-6,-5).$ | $M_0(3,-2,-9).$ | 13. $M_1(-3,-5,6),$ |
| 3. $M_1(-3,-1,1),$ | 8. $M_1(3,10,-1),$ | $M_2(2,1,-4),$ |
| $M_2(-9,1,-2),$ | $M_2(-2,3,-5),$ | $M_3(0,-3,-1),$ |
| $M_3(3,-5,4),$ | $M_3(-6,0,-3),$ | $M_0(3,6,68).$ |
| $M_0(-7,0,-1).$ | $M_0(-6,7,-10).$ | 14. $M_1(2,-4,-3),$ |
| 4. $M_1(1,-1,1),$ | 9. $M_1(-1,2,4),$ | $M_2(5,-6,0),$ |
| $M_2(-2,0,3),$ | $M_2(-1,-2,-4),$ | $M_3(-1,3,-3),$ |
| $M_3(2,1,-1),$ | $M_3(3,0,-1),$ | $M_0(2,-10,8).$ |
| $M_0(-2,4,21).$ | $M_0(-2,3,5).$ | 15. $M_1(1,-1,2),$ |
| 5. $M_1(1,2,0),$ | 10. $M_1(0,-3,1),$ | $M_2(2,1,2),$ |
| $M_2(1,-1,2),$ | $M_2(-4,1,2),$ | $M_3(1,1,4),$ |
| $M_3(0,1,-1),$ | $M_3(2,-1,5),$ | $M_0(-3,2,7).$ |
| $M_0(2,-1,4).$ | $M_0(-3,4,-5).$ | 16. $M_1(1,3,6),$ |
| | 11. $M_1(1,3,0),$ | |

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| $M_2(2,2,1),$ | $M_2(2,5,0),$ | 29. $M_1(2,3,1),$ |
| $M_3(-1,0,1),$ | $M_3(1,2,4),$ | $M_2(4,1,-2),$ |
| $M_0(5,-4,5).$ | $M_0(-3,-6,-8).$ | $M_3(6,3,7),$ |
| 17. $M_1(-4,2,6),$ | 23. $M_1(2,-1,-2),$ | $M_0(-5,-4,8).$ |
| $M_2(2,-3,0),$ | $M_2(1,2,1),$ | 30. $M_1(1,1,-1),$ |
| $M_3(-10,5,8),$ | $M_3(5,0,-6),$ | $M_2(2,3,1),$ |
| $M_0(-12,1,8).$ | $M_0(14,-3,7).$ | $M_3(3,2,1),$ |
| 18. $M_1(7,2,4),$ | 24. $M_1(-2,0,-4),$ | $M_0(-3,-7,6).$ |
| $M_2(7,-1,-2),$ | $M_2(-1,7,1),$ | |
| $M_3(-5,-2,-1),$ | $M_3(4,-8,-4),$ | |
| $M_0(10,1,8).$ | $M_0(-6,5,5).$ | |
| 19. $M_1(2,1,4),$ | 25. $M_1(14,4,5),$ | 31. $M_1(1,5,-7),$ |
| $M_2(3,5,-2),$ | $M_2(1,5,-4),$ | $M_2(-3,6,3),$ |
| $M_3(-7,-3,2),$ | $M_3(-2,-6,-3),$ | $M_3(-2,7,3),$ |
| $M_0(-3,1,8).$ | $M_0(-1,-8,7).$ | $M_0(1,-1,2).$ |
| 20. $M_1(-1,-5,2),$ | 26. $M_1(1,2,0),$ | |
| $M_2(-6,0,-3),$ | $M_2(3,0,-3),$ | |
| $M_3(3,6,-3),$ | $M_3(5,2,6),$ | |
| $M_0(10,-8,-7).$ | $M_0(-13,-8,16).$ | |
| 21. $M_1(0,-1,-1),$ | 27. $M_1(2,-1,2),$ | |
| $M_2(-2,3,5),$ | $M_2(1,2,-1),$ | |
| $M_3(1,-5,-9),$ | $M_3(3,2,1),$ | |
| $M_0(-4,-13,6).$ | $M_0(-5,3,7).$ | |
| 22. $M_1(5,2,0),$ | 28. $M_1(1,1,2),$ | |
| | $M_2(-1,1,3),$ | |
| | $M_3(2,-2,4),$ | |
| | $M_0(2,3,8).$ | |

Задача 8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overline{BC} .

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| $A(1,0,-2),$ | $A(4,-2,0),$ | $A(7,-5,1),$ |
| 1. $B(2,-1,3),$ | 3. $B(1,-1,-5),$ | 5. $B(5,-1,-3),$ |
| $C(0,-3,2).$ | $C(-2,1,-3).$ | $C(3,0,-4).$ |
| $A(-1,3,4),$ | $A(-8,0,7),$ | $A(-3,5,-2),$ |
| 2. $B(-1,5,0),$ | 4. $B(-3,2,4),$ | 6. $B(-4,0,3),$ |
| $C(2,6,1).$ | $C(-1,4,5).$ | $C(-3,2,5).$ |

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| $A(1,-1,8),$ | $A(3,-3,-6),$ | $A(5,3,1),$ |
| 7. $B(-4,-3,10),$ | 17. $B(1,9,-5),$ | 27. $B(0,0,-3),$ |
| $C(-1,-1,7).$ | $C(6,6,-4).$ | $C(5,-1,0).$ |
| $A(-2,0,-5),$ | $A(2,1,7),$ | $A(-1,2,-2),$ |
| 8. $B(2,7,-3),$ | 18. $B(9,0,2),$ | 28. $B(13,14,1),$ |
| $C(1,10,-1).$ | $C(9,2,3).$ | $C(14,15,2).$ |
| $A(1,9,-4),$ | $A(-7,1,-4),$ | $A(7,-5,0),$ |
| 9. $B(5,7,1),$ | 19. $B(8,11,-3),$ | 29. $B(8,3,-1),$ |
| $C(3,5,0).$ | $C(9,9,-1).$ | $C(8,5,1).$ |
| $A(-7,0,3),$ | $A(1,0,-6),$ | $A(-3,6,4),$ |
| 10. $B(1,-5,-4),$ | 20. $B(-7,2,1),$ | 30. $B(8,-3,5),$ |
| $C(2,-3,0).$ | $C(-9,6,1).$ | $C(0,-3,7).$ |
| $A(0,-3,5),$ | $A(-3,1,0),$ | $A(2,5,-3),$ |
| 11. $B(-7,2,6),$ | 21. $B(6,3,3),$ | 31. $B(7,8,-1),$ |
| $C(-3,2,4).$ | $C(9,4,-2).$ | $C(9,7,4).$ |
| $A(5,-1,2),$ | $A(-4,-2,5),$ | |
| 12. $B(2,-4,3),$ | 22. $B(3,-3,-7),$ | |
| $C(4,-1,3).$ | $C(9,3,-7).$ | |
| $A(-3,7,2),$ | $A(0,-8,10),$ | |
| 13. $B(3,5,1),$ | 23. $B(-5,5,7),$ | |
| $C(4,5,3).$ | $C(-8,0,4).$ | |
| $A(0,-2,8),$ | $A(1,-5,-2),$ | |
| 14. $B(4,3,2),$ | 24. $B(6,-2,1),$ | |
| $C(1,4,3).$ | $C(2,-2,-2).$ | |
| $A(1,-1,5),$ | $A(0,7,-9),$ | |
| 15. $B(0,7,8),$ | 25. $B(-1,8,-11),$ | |
| $C(-1,3,8).$ | $C(-4,3,-12).$ | |
| $A(-10,0,9),$ | $A(-3,-1,7),$ | |
| 16. $B(12,4,11),$ | 26. $B(0,2,-6),$ | |
| $C(8,5,15).$ | $C(2,3,-5).$ | |

Задача 9. Найти угол между плоскостями.

- $x - 3y + 5 = 0, 2x - y + 5z - 16 = 0.$
- $x - 3y + z - 1 = 0, x + z - 1 = 0.$
- $4x - 5y + 3z - 1 = 0, 2x - 4y - z + 9 = 0.$
- $3x - y + 2z + 15 = 0, 5x + 9y - 3z - 1 = 0.$
- $6x + 2y - 4z + 17 = 0, 9x + 3y - 6z - 4 = 0.$
- $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0, 2x + y\sqrt{2} - z + 36 = 0.$

7. $3y - z = 0, 2y - z = 0.$
8. $6x + 3y - 2z = 0, x + 2y + 6z - 12 = 0.$
9. $x + 2y + 2z - 3 = 0, 16x + 12y - 15z - 1 = 0.$
10. $2x - y + 5z + 16, x + 2y + 3z + 8 = 0.$
11. $2x + 2y + z - 1 = 0, x + z - 1 = 0.$
12. $3x + y + z - 4 = 0, y + z + 5 = 0.$
13. $3x - 2y - 2z - 16 = 0, x + y - 3z - 7 = 0.$
14. $2x + 2y + z + 9 = 0, 2x - y + 3z - 1 = 0.$
15. $x + 2y + 2z - 3 = 0, 2x - y + 2z + 5 = 0.$
16. $3x + 2y - 3z - 1 = 0, x + y + z - 7 = 0.$
17. $x - 3y - 2z - 8 = 0, x + y - z + 3 = 0.$
18. $3x - 2y + 3z + 23 = 0, y + z + 5 = 0.$
19. $x + y + 3z - 7 = 0, 2y + z - 1 = 0.$
20. $x - 2y + 2z + 17 = 0, x - 2y - 1 = 0.$
21. $x - 2y + 2z + 17 = 0, x - 2y - 1 = 0.$
22. $2x - z + 5 = 0, 2x + 3y - 7 = 0.$
23. $5x + 3y + z - 18 = 0, 2y + z - 9 = 0.$
24. $4x + 3z - 2 = 0, x + 2y + 2z + 5 = 0.$
25. $x + 4y - z + 1 = 0, 2x + y + 4z - 3 = 0.$
26. $2y + z - 9 = 0, x - y + 2z - 1 = 0.$
27. $2x - 6y + 14z - 1 = 0, 5x - 15y + 35z - 3 = 0.$
28. $x - y + 7z - 1 = 0, 2x - 2y - 5 = 0.$
29. $3x - y - 5 = 0, 2x + y - 3 = 0.$
30. $x + y + z\sqrt{2} - 3 = 0, x - y + z\sqrt{2} - 1 = 0.$
31. $x + 2y - 2z - 7 = 0, x + y - 35 = 0.$

Задача 10. Найти координаты точки A , равноудаленной от точек B и C .

1. $A(0,0,z), B(5,1,0), C(0,2,3).$
2. $A(0,0,z), B(3,3,1), C(4,1,2).$
3. $A(0,0,z), B(3,1,3), C(1,4,2).$
4. $A(0,0,z), B(-1,-1,-6), C(2,3,5).$
5. $A(0,0,z), B(-13,4,6), C(10,-9,5).$
6. $A(0,0,z), B(-5,-5,6), C(-7,6,2).$
7. $A(0,0,z), B(-18,1,0), C(15,-10,2).$
8. $A(0,0,z), B(10,0,-2), C(9,-2,1).$
9. $A(0,0,z), B(-6,7,5), C(8,-4,3).$
10. $A(0,0,z), B(6,-7,1), C(-1,2,5).$
11. $A(0,0,z), B(7,0,-15), C(2,10,-12).$
12. $A(0,y,0), B(3,0,3), C(0,2,4).$
13. $A(0,y,0), B(1,6,4), C(5,7,1).$
14. $A(0,y,0), B(-2,8,10), C(6,11,-2).$

15. $A(0, y, 0), B(-2, -4, 6), C(7, 2, 5)$.

16. $A(0, y, 0), B(2, 2, 4), C(0, 4, 2)$.

17. $A(0, y, 0), B(0, -4, 1), C(1, -3, 5)$.

18. $A(0, y, 0), B(0, 5, -9), C(-1, 0, 5)$.

19. $A(0, y, 0), B(-2, 4, -6), C(8, 5, 1)$.

20. $A(0, y, 0), B(3, 0, 3), C(0, 2, 4)$.

21. $A(0, y, 0), B(0, -2, 4), C(-4, 0, 4)$.

22. $A(x, 0, 0), B(0, 1, 3), C(2, 0, 4)$.

23. $A(x, 0, 0), B(4, 0, 5), C(5, 4, 2)$.

24. $A(x, 0, 0), B(8, 1, -7), C(10, -2, 1)$.

25. $A(x, 0, 0), B(3, 5, 6), C(1, 2, 3)$.

26. $A(x, 0, 0), B(4, 5 - 2), C(2, 3, 4)$.

27. $A(x, 0, 0), B(-2, 0, 6), C(0, -2, -4)$.

28. $A(x, 0, 0), B(1, 5, 9), C(3, 7, 11)$.

29. $A(x, 0, 0), B(4, 6, 8), C(2, 4, 6)$.

30. $A(x, 0, 0), B(1, 2, 3), C(2, 6, 10)$.

31. $A(x, 0, 0), B(-2, -4, -6), C(-1, -2, -3)$.

Задача 12. Написать канонические уравнения прямой.

1. $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0$.

2. $x - 3y + 2z + 2 = 0, x + 3y + z + 14 = 0$.

3. $x - 2y + z - 4 = 0, 2x + 2y - z - 8 = 0$.

4. $x + y + z - 2 = 0, x - y - 2z + 2 = 0$.

5. $2x + 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0$.

6. $3x + y - z - 6 = 0, 3x - y + 2z = 0$.

7. $x + 5y + 2z + 11 = 0, x - y - z - 1 = 0$.

8. $3x + 4y - 2z + 1 = 0, 2x - 4y + 3z + 4 = 0$.

9. $5x + y - 3z + 4 = 0, x - y + 2z + 2 = 0$.

10. $x - y - z - 2 = 0, x - 2y + z + 4 = 0$.

11. $4x + y - 3z + 2 = 0, 2x - y + z - 8 = 0$.

12. $3x + 3y - 2z - 1 = 0, 2x - 3y + z + 6 = 0$.

13. $6x - 7y - 4z - 2 = 0, x + 7y - z - 5 = 0$.

14. $8x - y - 3z - 1 = 0, x + y + z + 10 = 0$.

15. $6x - 5y - 4z + 8 = 0, 6x + 5y + 3z + 4 = 0$.

16. $x + 5y - z - 5 = 0, 2x - 5y + 2z + 5 = 0$.

17. $2x - 3y + z + 6 = 0, x - 3y - 2z + 3 = 0$.

18. $5x + y + 2z + 4, x - y - 3z + 2 = 0$.

19. $4x + y + z + 2 = 0, 2x - y - 3z - 8 = 0$.

20. $2x + y - 3z - 2 = 0, 2x - y + z + 6 = 0$.

21. $x + 5y - z + 11 = 0, x - y + 2z - 1 = 0$.

22. $2x + y + z - 2 = 0, 2x - y - 3z + 6 = 0$.

23. $x - y + z - 2 = 0, x - 2y - z + 4 = 0$.

24. $6x - 7y - z - 2 = 0, x + 7y - 4z - 5 = 0$.

25. $x + 5y + 2z - 5 = 0, 2x - 5y - z + 5 = 0$.

26. $x - 3y + z + 2 = 0, x + 3y + 2z + 14 = 0$.

27. $2x + 3y - 2z + 6 = 0, x - 3y + z + 3 = 0$.

28. $3x + 4y + 3z + 1 = 0, 2x - 4y - 2z + 4 = 0$.

29. $3x + 3y + z - 1 = 0, 2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

30. $6x - 5y + 3z + 8 = 0, 6x + 5y - 4z + 4 = 0$.

31. $2x - 3y - 2z + 6 = 0, x - 3y + z + 3 = 0$.

Задача 13. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

1. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, x+2y+3z-14=0$.

2.

$\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, x+2y-5z+20=0$.

3. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}, x-3y+7z-24=0.$
4. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, 2x-y+4z=0.$
5. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}, 3x+y-5z-12=0.$
6. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, x+3y-5z+9=0.$
7. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, x-2y+5z+17=0.$
8. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, x-2y+4z-19=0.$
9. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, 2x-y+3z+23=0.$
10.
 $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}, 2x-3y-5z-7=0.$
11. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, 4x+2y-z-11=0.$
12. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, 3x-2y-4z-8=0.$
13. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, x+2y-z-2=0.$
14. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, 5x-y+4z=0.$
15. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{3}, x+3y+5z-42=0.$
16. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, 7x+y+4z-47=0.$
17. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, 2x+3y+7z-52=0.$
18. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, 3x+4y+7z-16=0.$
19. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, 2x-5y+4z+24=0.$
20. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}, x-2y-3z+18=0.$
21. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, x+7y+3z+11=0.$
22. $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, 3x+7y-5z-11=0.$
23. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, 4x+y-6z-5=0.$
24. $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, 5x+9y+4z-25=0.$
25. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, x+4y+13z-23=0.$
26. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, 3x-2y+5z-3=0.$
27. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, 3x-y+4z=0.$
28. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, x+2y-5z+16=0.$
29. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, 3x-7y-2z+7=0.$
30.
 $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}, 5x+7y+9z-32=0.$
31. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}, 2x+y+7z-3=0.$

Задача 14. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой (для вариантов 1-15) или плоскости (для вариантов 16-31).

1. $M(0, -3, -2), \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}.$

3. $M(1, 1, 1), \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}.$

2. $M(2, -1, 1), \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}.$

4. $M(1, 2, 3), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$

5. $M(1,0,-1), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$.
6. $M(2,1,0), \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$.
7. $M(-2,-3,0), \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$.
8. $M(-1,0,-1), \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$.
9. $M(0,2,1), \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
10. $M(3,-3,-1), \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$.
11. $M(3,3,3), \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$.
12. $M(-1,2,0), \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,75}{-0,2} = \frac{z-2}{2}$.
13. $M(2,-2,-3), \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}$.
14. $M(-1,0,1), \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}$.
15. $M(0,-3,-2), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$.
16. $M(1,0,1), 4x+6y+4z-25=0$.
17. $M(-1,0,-1), 2x+6y-2z+11=0$.
18. $M(0,2,1), 2x+4y-3=0$.
19. $M(2,1,0), y+z+2=0$.
20. $M(-1,2,0), 4x-5y-z-7=0$.
21. $M(2,-1,1), x-y+2z-2=0$.
22. $M(1,1,1), x+4y+3z+5=0$.
23. $M(1,2,3), 2x+10y+10z-1=0$.
24. $M(0,-3,-2), 2x+10y+10z-1=0$.
25. $M(1,0,-1), 2y+4z-1=0$.
26. $M(3,-3,-1), 2x-4y-4z-13=0$.
27. $M(-2,-3,0), x+5y+4=0$.
28. $M(2,-2,-3), y+z+2=0$.
29. $M(-1,0,1), 2x+4y-3=0$.
30. $M(3,3,3), 8x+6y+8z-25=0$.
31. $M(-2,0,3), 2x-2y+10z+1=0$.