



**Методические указания к лабораторным работам
по курсу «Электричество»
с использованием виртуального практикума «Физикон»**

В.Д. Степахин, Е.М. Кончиков, В.Д. Борзосеков

Методические указания к лабораторным работам
по курсу «Электричество» с использованием виртуального
практикума «Физикон»

Методическое пособие основано на курсах лекций и практических занятий по курсу общей физики для студентов кафедры физики МБФ ГБОУ ВПО РНИМУ им. Н.И. Пирогова Минздрава России.

Материал отбирался с учетом специализации кафедры для студентов обучающихся по специальностям 30.05.01 «медицинская биохимия», 30.05.02 «медицинская биофизика» и 30.05.03 «медицинская кибернетика».

Необходимо отметить, что пособие является почти целиком компилятивным. Вкладом авторов является главным образом отбор материала, проверка и оценка эффективности методик, основанные на личном опыте.

Составители: доцент, к.т.н. В.Д. Степахин, доцент, к.ф.-м.н Е.М. Кончиков, к.ф.-м.н. В.Д. Борзосеков

Под редакцией зав. кафедрой физики МБФ РНИМУ им. Н.И. Пирогова, д.ф.-м.н., профессор Гусейнзаде Н.Г.

Содержание

Допуск к лабораторной работе	3
Лабораторная работа № 1	5
«Электрическое поле точечных зарядов»	
Лабораторная работа № 2	14
«Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в вакууме»	
Лабораторная работа № 3	20
«Закон Ома для неоднородного участка цепи»	
Лабораторная работа № 4	25
«Цепи постоянного тока»	
Лабораторная работа № 5	31
«Определение удельного заряда частицы методом отклонения в магнитном поле»	
Лабораторная работа № 6	36
«Вынужденные колебания в RLC -контуре»	
Литература	47

Допуск к лабораторной работе

Перед допуском к лабораторной работе необходимо пройти инструктаж по технике безопасности на рабочем месте.

Для получения допуска:

- Каждый студент предварительно оформляет свой персональный конспект в тетради для лабораторных работ (ЛР).
- Преподаватель индивидуально проверяет оформление конспекта и задает вопросы по теории, методике измерений, установке и обработке результатов.
- Студент отвечает на заданные вопросы (письменно в черновике конспекта или устно).
- При выполнении всех выше изложенных пунктов преподаватель допускает студента к работе и ставит свою подпись в конспекте студента (графа ДОПУСК в табличке перед лабораторной работой).

Конспект для допуска к ЛР готовится заранее в тетради в клетку.

1. Сверху на первом листе должна быть приведена таблица

Допуск	Номер бригады	Выполнение	Зачет

2. Название лабораторной работы.
3. Цель работы: _____ (переписать полностью из описания).
4. Краткая теория (выписать основные определения, формулы и пояснить каждый символ, входящий в формулу).
5. Экспериментальная установка (нарисовать чертеж и написать наименование узлов и деталей).
6. Таблицы (состав таблиц и их количество, определить самостоятельно в соответствии с методикой измерений и обработкой их результатов).
7. Оформление отчета.

Оформление лабораторной работы к зачету

Полностью оформленная и подготовленная к зачету работа должна соответствовать следующим требованиям:

1. Выполнение всех **пунктов** раздела описания “Оформление отчета” (в тетради представлены все расчеты требуемых величин, заполнены чернилами все таблицы, построены все графики).

2. **Графики** должны удовлетворять всем требованиям, приведенным ниже.
3. Для всех величин в таблицах должна быть записана соответствующая единица измерения.
4. Сделаны **выводы** по каждому графику (см. ниже шаблон)
5. Приведен **ответ** по установленной форме (см. ниже шаблон).
6. Сделаны и приведены **выводы** по полученному результату (см. ниже шаблон).

Требования к графикам:

- график строится на миллиметровой бумаге, размер не менее 1/2 тетрадного листа,
- на графике: оси декартовой системы, на концах осей - стрелки, индексы величин, единицы измерения,
- на каждой оси - **равномерный масштаб** (риски через равные промежутки, числа через равное количество рисок), если не указан специальный масштаб,
- под графиком - полное название графика **словами**,
- на графике - экспериментальные и теоретические точки ярко, различными цветами и формой точек,
- вид графика соответствует теоретической зависимости (не ломаная).

Анализ графика (шаблон):

Полученный экспериментально график зависимости «название функции словами» от «название аргумента» имеет вид прямой (проходящей через начало координат, параболы, гиперболы, плавной кривой) и качественно совпадает с теоретической зависимостью данных характеристик, соответствующих «формула».

Ответ: По результатам измерений и расчетов получено значение «название физической характеристики», равное «символ» = («среднее» ± «ошибка») «един. измер».

Ответ (шаблон):

Полученное экспериментально значение величины «полное название словами», равное «число, единица измерения», с точностью до ошибки измерений, составляющей «число, единица измерения», совпадает (не совпадает) с табличным (теоретическим) значением данной величины, равным «число, единица измерения».

Лабораторная работа № 1

Электрическое поле точечных зарядов

Цель работы

- Знакомство с электрическим полем, создаваемым точечными источниками, и его моделированием.
- Экспериментальное подтверждение закономерности для электрического поля точечного заряда и электрического диполя (ЭД).
- Экспериментальное определение величины электрической постоянной.

Краткая теория

Электромагнитным полем (ЭМП) называется особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными телами (электромагнитное взаимодействие).

Электрическим полем (ЭП) называется частная форма ЭМП, проявляющаяся в том, что в области пространства, окружающей электрически заряженный объект, на другой заряженный объект действует сила, не зависящая от скорости движения объектов и называемая электрической (кулоновской).

Источником ЭП является электрически заряженные объекты.

Зарядом (электрическим) называется особая характеристика объекта, определяющая его способность создавать ЭП и взаимодействовать с ЭП. Часто для сокращения текста «зарядом» называют заряженную частицу, а «точечным зарядом» – материальную точку, имеющую электрический заряд.

Основные *свойства* электрического заряда (как характеристики объекта):

- Заряд *инвариантен* – его величина одинакова при измерении в любой инерциальной системе отсчета (иногда для краткости говорят «заряд не зависит от скорости»).
- Заряд *сохраняется* – суммарный заряд изолированной системы тел не изменяется.

- Заряд *аддитивен* – заряд системы тел равен сумме зарядов отдельных тел.
- Заряд *дискретен* – заряд любого тела по величине кратен минимальному заряду, который обозначается символом e и равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
- Существуют заряды *двух* разных «сортов». Заряды одного «сорта» названы положительными, а другого «сорта» – отрицательными. Одноименные (одного «сорта») заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются.

Если вблизи одной заряженной частицы (далее обозначаемой как Q_1), расположенной в начале координат в вакууме, будет находиться вторая заряженная частица (заряд Q_2), то на второй заряд будет действовать электрическая (кулоновская) сила \vec{F} , определяемая законом Кулона:

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r,$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки наблюдения, \vec{e}_r – единичный радиус-вектор, направленный в точку расположения второго заряда, ϵ_0 – электрическая постоянная, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность электрического поля – характеристика силового воздействия ЭП на заряд. Напряженность ЭП, создаваемое зарядом Q_1 , есть векторная величина, обозначаемая символом (E) и определяемая соотношением:

$$\vec{E}(Q_1) = \frac{\vec{F}}{Q_2},$$

где \vec{F} – сила, действующая на заряд Q_2 .

Величина напряженности ЭП точечного заряда, расположенного в начале координат, равна:

$$|\vec{E}| = E = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

После логарифмирования этого выражения получим:

$$\lg E = \lg \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} - 2 \lg(r) = b_{12} - 2 \lg(r). \quad (1)$$

Линия ЭП (силовая, напряженности) – линия, в любой точке которой вектор напряженности ЭП направлен по касательной к ней.

ЭП подчиняется **принципу суперпозиции**: напряженность ЭП нескольких источников (зарядов) является суммой векторов напряженности поля, создаваемого независимо каждым источником:

$$\vec{E}_{\text{сум}} = \sum_i \vec{E}_i.$$

Потоком ЭП называется интеграл по некоторой поверхности S от скалярного произведения напряженности ЭП на элемент поверхности:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S},$$

где вектор направлен по нормали к поверхности.

Закон (теорема) Гаусса для ЭП: поток ЭП через замкнутую поверхность S_0 пропорционален суммарному заряду, расположенному внутри объема $V(S_0)$, ограниченного поверхностью S_0 интегрирования потока:

$$\Phi_{0E} = \oint_{S_0} \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_j Q_j.$$

Линия напряженности электрического поля, созданного уединенным точечным зарядом, представляют собой прямые линии. Они идут от заряда, если он положительный, и к заряду, если он отрицательный.

Потенциалом данной точки \vec{r} ЭП называется скалярная характеристика ЭП, численно равна работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки в другую

фиксированную точку \vec{r}_0 , в которой потенциал принят за 0 (например, если возможно, то в бесконечность):

$$\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E} d\vec{r}.$$

Уравнение, выражающее напряженность через потенциал:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} \varphi,$$

где оператор градиента

$$\overrightarrow{grad} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right\} \equiv \vec{\nabla}.$$

Диполь – два одинаковых по величине, но противоположные по знаку, точечных заряда Q , расположенных на расстоянии L (L – **плечо диполя**).

Дипольный (электрический) момент – есть произведение

$$\vec{p}_e = QL.$$

Вектор дипольного момента \vec{p}_e направлен от отрицательного к положительному заряду.

Напряженность ЭП диполя вычисляется с использованием принципа суперпозиции для ЭП.

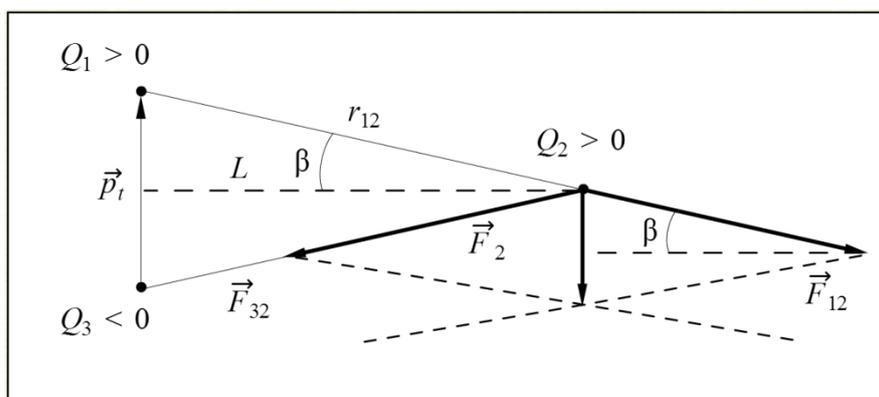


Рис.1. Схема формирования силы воздействия диполя на точечный заряд.

Как видно из рис. 1, $\sin \beta = \frac{L/2}{r_{12}}$, а для модуля суммарной силы получим:

$$F_2 = 2F_{12} \sin \beta = F_{12} \frac{L}{r_{12}}$$

На линии, проходящей через центр диполя, перпендикулярно электрическому моменту, и на большом расстоянии r от его центра:

$$\vec{F}_2 = Q_2 \vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}_e Q_2}{r^3},$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}_e}{r^3}.$$

Величина напряженности электрического поля диполя на указанной линии

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{r^3}.$$

После логарифмирования этого выражения получим:

$$\lg E_2 = \lg \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0} - 3 \lg(r) = b_2 - 3 \lg(r). \quad (2)$$

Методика и порядок измерений

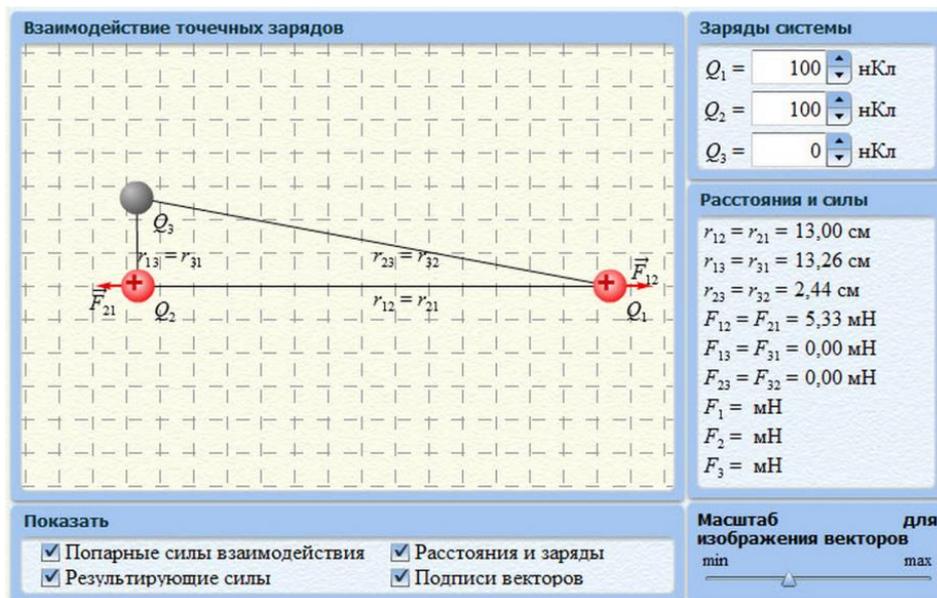


Рис. 2. Модель взаимодействия двух точечных зарядов

Подготовьте табл. 2 и 3, используя образцы.

Таблица 1 (не перерисовывать). Значения величины заряда Q_1 .

Бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
Q_1 (нКл)	70	90	70	80	-70	-80	80	100
Q_1^* (нКл)	100	80	90	100	-90	-100	-100	-70

Таблица 2. Результаты измерений и расчетов для точечного заряда $Q_1 = \underline{\hspace{1cm}}$, $Q_1^* = \underline{\hspace{1cm}}$, (нКл)

r (м)	0,15	0,13	...	0,03
$\lg r$				
$F_{21}, 10^{-3}$ Н				
$F_{21}^*, 10^{-3}$ Н				
$E_1, 10^4$ В/м				
$E_1^*, 10^4$ В/м				
$\lg E_1$				
$\lg E_1^*$				

Таблица 3. Результаты измерений и расчетов для диполя $p_1 = \underline{\hspace{1cm}}$, $p_1^* = \underline{\hspace{1cm}}$, (10^{-11} Кл·м)

r (м)	0,15	0,13	...	0,03
$\lg r$				
$F_{21}, 10^{-3}$ Н				
$F_{21}^*, 10^{-3}$ Н				
$E, 10^4$ В/м				
$E^*, 10^4$ В/м				
$\lg E$				
$\lg E^*$				

Измерения

Эксперимент 1. Исследование поля точечного заряда

1. Зацепив мышью (нажав и удерживая левую кнопку, когда маркер мыши находится над объектом), перемещайте заряд Q_1 и зафиксируйте его вблизи левой границы экспериментального поля.
2. Нажимайте кнопку регулятора величины первого заряда и установите величину заряда Q_1 , указанную в табл. 2 для вашей бригады.

- Заряд Q_3 поместите под первым, а его величину установите равной 0. Заряд Q_2 установите равным 100 нКл.
- Перемещайте, зацепив мышью, заряд Q_2 вправо, устанавливая расстояние r_{12} до первого заряда, указанные в табл. 2.
- Измеренные в данных точках значения F_{21} и вычислите $E_1 = \frac{F_{21}}{Q_2}$ занесите в соответствующую строку табл. 2.
- Повторите измерения для другого значения заряда Q_1^* из табл. 1, записывая в табл. 2 значения F_{21}^* и E_1^* .

Эксперимент 2. Исследование поля диполя.

- Щелкните мышью кнопку регулятора величины заряда Q_3 и зафиксируйте значение заряда, равное (и противоположное по знаку) заряду Q_1 (указано в табл. 1 для вашей бригады).
- Переместите заряд Q_3 так, чтобы электрический момент $\vec{p} = Q_1 \cdot \vec{r}_{31}$ диполя был вертикальным (рис.3), а плечо диполя ($L = r_{31}$) было равно 10 см.

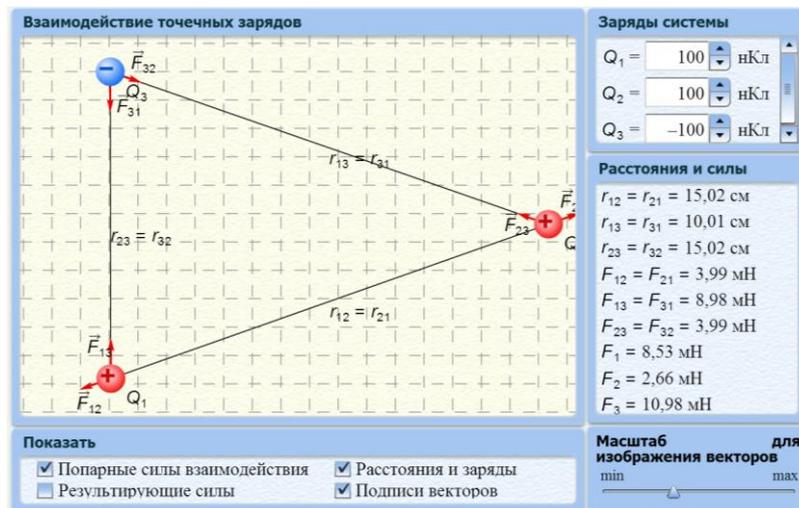


Рис. 3. Расположение зарядов при исследовании поля диполя.

- Перемещайте мышью заряд Q_2 по линии, перпендикулярной оси диполя (горизонтально, при этом $r_{12} = r_{23} = r$).
- На расстояниях r от оси диполя, указанные в табл. 3, измерьте F_{21} , вычислите $E = \frac{F_{21}}{Q_2} \cdot \frac{L}{r_{12}}$ и занесите значения в табл. 3.
- Повторите измерения для другого значения заряда Q_1^* (и Q_3^*) из табл. 1, записывая в табл. 3 значения F_{21}^* и E^* .

Обработка результатов и оформление отчета

Вычислите и запишите в табл. 2 и 3 значения всех характеристик.

Постройте на одном листе графики (для каждого Q_1) зависимости логарифма напряженности ЭП точечного заряда (2 графика) и диполя (2 графика) от логарифма расстояния.

По точке пересечения b_i (см. формулы 1 и 2) каждого графика с вертикальной осью определите электрическую постоянную, используя для поля точечного заряда формулу:

$$\varepsilon_0 = \frac{|Q_1|}{4\pi} 10^{-b_{12}},$$

и для диполя:

$$\varepsilon_0 = \frac{L|Q_1|}{4\pi} 10^{-b_2}.$$

Запишите ответы и проанализируйте ответ и график.

Вопросы и задания

1. Что такое электрическое поле (ЭП)?
2. Назовите источники ЭП.
3. Перечислите основные свойства заряда.
4. Поясните свойство инвариантности заряда.
5. Поясните свойство дискретности заряда.
6. Сформулируйте закон сохранения заряда.
7. Поясните свойство аддитивности заряда.
8. Какая сила действует между зарядами?
9. Дайте определение линии напряженности ЭП. Зачем их рисуют?
10. Запишите закон Кулона.
11. Что такое напряженность электрического поля?
12. Запишите формулу для напряженности поля точечного заряда.
13. Сформулируйте принцип суперпозиции для ЭП.
14. Дайте определение потока ЭП.
15. Сформулируйте и запишите закон Гаусса для ЭП.
16. Что такое электрический диполь?
17. Что такое ось диполя?
18. Что такое центр диполя?
19. Дайте определение дипольного (электрического) момента.
20. Запишите формулу для ЭП на линии, перпендикулярной оси диполя.
21. Какую форму имеет линия поля, проходящая через центр диполя?
22. Что такое потенциал ЭП и для чего он используется?
23. Напишите формулу потенциала точечного заряда.

24. Что такое градиент?
25. Как направлен вектор градиента потенциала?
26. Чему равен модуль вектора градиента потенциала?

Лабораторная работа № 2

Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в вакууме

Цель работы

1. Знакомство с графическим моделированием электростатических полей.
2. Экспериментальная проверка теоремы Остроградского-Гаусса.
3. Экспериментальное определение величины электрической постоянной.

Краткая теория

Напряженность электростатического поля в данной точке есть векторная физическая величина, равная отношению \vec{F} , действующей со стороны поля на неподвижный точечный заряд q_0 , помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Линиями напряженности (силовыми линиями) называются линии, проведенные в поле так, что касательные к ним в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности. Линии напряженности проводят так, что они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность (рис.1).

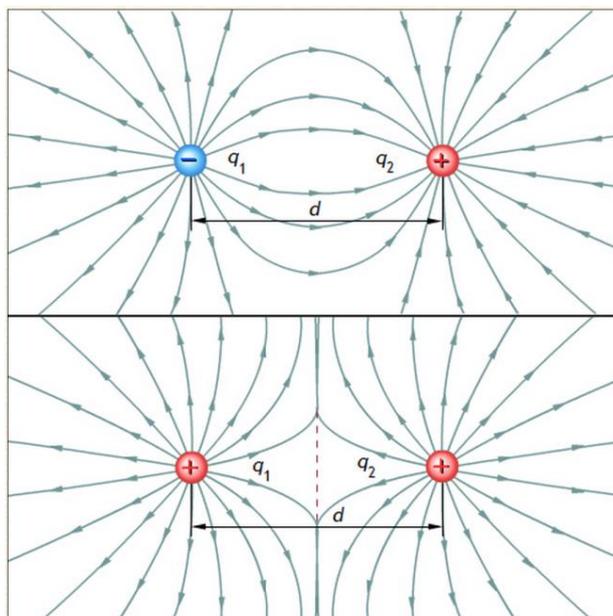


Рис. 1. Линии напряженности двух точечных зарядов:
 а) разноименных; б) одноименных

Принцип суперпозиции электростатических полей: напряженность электростатического поля систем точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей каждого из этих зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i.$$

Поток вектора напряженности.

Силовая линия, определяя направление вектора напряженности, сама по себе не определяет величину модуля вектора напряженности. Введем условие, связывающее величину модуля вектора напряженности с числом проводимых линий напряженности через единицу площади. Для этого выделим в электростатическом поле малую область, в пределах которой электростатическое поле можно считать однородным. Проведём в этой области элементарную площадку dS_0 , перпендикулярную к линиям напряженности. Условимся через эту площадку проводить такое $d\Phi$ линий напряженности, чтобы число линий, приходящихся на единицу поверхности площади dS_0 , равнялось величине модуля вектора напряженности в области этой площадки, то есть потребуем выполнения условия:

$$\frac{d\Phi}{dS_0} = E. \tag{1}$$

При выполнении этого условия графического изображения электростатических полей численное значение вектора напряженности будет связано с густотой линий напряженности. Тогда число линий

напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль \vec{n} которой образует угол α с вектором \vec{E} , равно:

$$d\Phi = E dS \cos \alpha, \quad (2)$$

где величина $d\Phi$ называется потоком вектора напряженности через площадку dS .

Число линий напряженности Φ , пронизывающих некоторую поверхность S , назовем потоком вектора напряженности через эту поверхность. Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора E сквозь эту поверхность будет равен:

$$\Phi = \oint_S E ds \cos \alpha. \quad (3)$$

Для замкнутой поверхности принято считать положительным направлением нормали к элементу поверхности, выходящие из объема, ограничиваемого поверхностью. Тогда линии напряженности, выходящие из объема, создадут положительный поток Φ_+ , линии, входящие в объем, создадут поток Φ_- , а результирующий поток будет равен алгебраической сумме этих потоков.

Теорема Остроградского-Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 .

$$\Phi_+ + \Phi_- = \Phi = \oint E dS \cos \alpha = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (4)$$

Методика и порядок измерений

Как известно, электростатическое поле в вакууме изотропное. Следовательно, количество силовых линий, пересекающих произвольную замкнутую поверхность, содержащую внутри себя электрические заряды, будут пропорционально количеству силовых линий, пересекающих замкнутый контур, ограничивающий площадь сечения, в которой находится электрические заряды этой замкнутой поверхности.

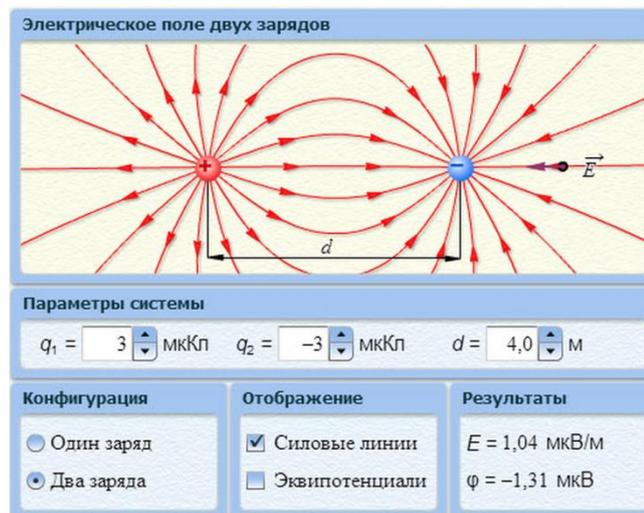


Рис. 2.

Такое допущение дает возможность привести в количественное соответствие реальное трехмерное электростатическое поле с его графической интерпретацией в плоской компьютерной модели, которая показана на рис. 2. Для этого определим число силовых линий Φ , которые фактически должны пересекать произвольную замкнутую поверхность, внутри которой находится электрический заряд $q = 1$ мкКл. По теореме Остроградского-Гаусса имеем:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}} = 1,13 \cdot 10^5 \text{ В} \cdot \text{м}. \quad (5)$$

1. Откройте окно опыта. В нижнем правом прямоугольнике «Конфигурация» щелкните мышью на кнопке «Один заряд».
2. В окне «Параметры системы» установите значение $q_1 = +1$ мкКл.

Подсчитайте число силовых линий, выходящих из заряда. Их должно быть 6. Следовательно, силовая линия в плоской компьютерной модели опыта соответствует $N = \frac{1,13 \cdot 10^5}{6} = 1,88 \cdot 10^4$ линиям реального трехмерного кулоновского поля. На основании таких допущений и оценок создается возможность экспериментальной проверки теоремы Остроградского-Гаусса с помощью графического компьютерного моделирования электростатических полей в данной лабораторной работе.

Эксперимент 1. (Постоянное пространственное распределение переменного заряда внутри замкнутой поверхности)

1. В нижнем правом окне «Конфигурация» нажмите мышью кнопку «Два заряда».

2. В окне «Параметры системы» установите величину первого заряда и расстояние между зарядами d , указанные в таблице 1 для вашей бригады.
3. Установите мышью на кнопке «Силовые линии» флажок.
4. Установите величину второго заряда 0 и подсчитайте число силовых линий Φ_+ выходящих и Φ_- входящих через границы замкнутого контура, которым в нашем опыте будет являться прямоугольная рамка окна опыта. При этом внимательно смотрите за направлением стрелок на силовых линиях поля. Запишите эти данные и разность $\Phi = \Phi_+ - \Phi_-$ в таблицу 2.
5. Последовательно устанавливайте заряды: $q_2 = +1, +2, +3, +4, +5$ мкКл и выполните пункт 4 ещё 5 раз.

Эксперимент 2. (Переменное пространственное распределение постоянного заряда внутри замкнутой поверхности)

1. Установите значения q_1 и q_2 соответствующие значениям, указанным в таблице 1 для вашей бригады.
2. Установите также минимальное расстояние между зарядами $d = 2$ м и на экране окна эксперимента, подсчетом определите числа Φ_+ , Φ_- , и Φ .
3. Последовательно увеличивая расстояние между зарядами с шагом 0,5 м, выполните пункт 2 ещё 6 раз.
4. Результаты измерений запишите в таблицу 3.

Таблица 1. Установите значения физических параметров для проведения экспериментов

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
Эксперимент 1								
q_1 , мкКл	-1	-2	-3	-4	-5	-4	-3	-2
d , м	2	3	4	5	5	4	3	2
Эксперимент 2								
q_1 , мкКл	-5	-5	-5	-5	-5	-4	-4	-4
q_2 , мкКл	+1	+2	+3	+4	+5	+4	+3	+2

Таблица 2. Результаты измерений в эксперименте 1.

$q_1 = \underline{\hspace{2cm}}, d = \underline{\hspace{2cm}}$																	
$q_2=0$, мкКл			$q_2=+1$, мкКл			$q_2=+2$, мкКл			$q_2=+3$, мкКл			$q_2=+4$, мкКл			$q_2=+5$, мкКл		
Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ

Таблица 3. Результаты измерений в эксперименте 2.

$q_1 = \text{---}, q_2 = \text{---}$																	
$d = 2 \text{ м}$			$d = 3 \text{ м}$			$d = 4 \text{ м}$			$d = 5 \text{ м}$			$d = 4,5 \text{ м}$			$d = 3,5 \text{ м}$		
Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ	Φ_+	Φ_-	Φ

Обработка результатов и оформление отчета

1. Постройте по данным таблицы 2 график зависимости потока вектора напряженности Φ от величины заряда q .
2. По котангенсу угла наклона графика и используя формулы (4) и (5), определите электрическую постоянную ϵ_0 .
3. По данным, приведенным в таблице 3, постройте график зависимости потока вектора напряженности Φ от расстояния между зарядами d .
4. По построенным графикам сделайте анализ результатов и оцените погрешность проведенных измерений.

Вопросы и задания

1. Какие поля называют электростатическими?
2. Что такое напряженность электростатического поля?
3. Как определяется направление вектора напряженности?
4. Что такое поток вектора напряженности?
5. Какая линия называется силовой? Почему они не могут пересекаться?
6. Какая линия называется эквипотенциальной?
7. Докажите, что эквипотенциальные и силовые линии ортогональны.
8. От чего зависит густота силовых и эквипотенциальных линий?
9. В чем заключается физический смысл теоремы Остроградского-Гаусса?
10. Каким образом теорема О-Г и следствие из неё могут быть косвенным подтверждением справедливости закона кулона?
11. Рассчитайте, используя теорему О-Г,
 - а) поле равномерно заряженной бесконечной плоскости;
 - б) поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей;
 - в) поле равномерно заряженной сферической поверхности;
 - г) поле объемно заряженного шара;
 - д) поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити).

Лабораторная работа № 3

Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Цель работы

- Знакомство с компьютерным моделированием цепей постоянного тока.
- Экспериментальное подтверждение закона Ома для неоднородного участка цепи.

Краткая теория

Определение *величины (силы) тока*:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Закон Ома для участка цепи: величина (сила) тока, текущего по однородному (в смысле отсутствия сторонних сил) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U на проводнике:

$$I = \frac{1}{R} U,$$

где R – сопротивление проводника.

Резистором называется устройство, обладающее заданным постоянным сопротивлением.

Реостатом называется переменное сопротивление.

выражением

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \delta_{12}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \delta_{12}}{R},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы концов участка, δ_{12} – ЭДС, действующая на данном участке цепи.

Применяя закон Ома для неоднородного участка цепи, необходимо помнить о правиле выбора знаков: *произведение IR следует брать со*

знаком «+», если направление обхода совпадает с направлением тока на этом участке, ЭДС δ_{12} будет иметь знак «+», если её направление (от минуса к плюсу) совпадает с направлением обхода. При этом надо иметь в виду, что вольтметр, подключенный к концам любого участка цепи, будет показывать разность потенциалов между точками подключения прибора, а направление отклонения стрелки прибора будет определяться параметрами внешней цепи.

Таким образом, закон Ома для неоднородного участка цепи можно записать в виде

$$I(R + r) = \pm V + \delta_{12}. \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что при $I = 0$ вольтметр покажет ЭДС источника, включенного в данный участок цепи.

Методика и порядок измерений

В лабораторной работе изучается модель электрической цепи, содержащей на одном из своих участков источник электродвижущей силы (ЭДС). На этом участке, в зависимости соотношений между параметрами цепи, разность потенциалов между его крайними точками может менять знак, переходя через 0.

Внимательно рассмотрите окно опыта. Найдите все регуляторы и другие основные элементы. Зарисуйте в свой конспект схему опыта. Соберите на экране замкнутую цепь, показанную на рис. 1.

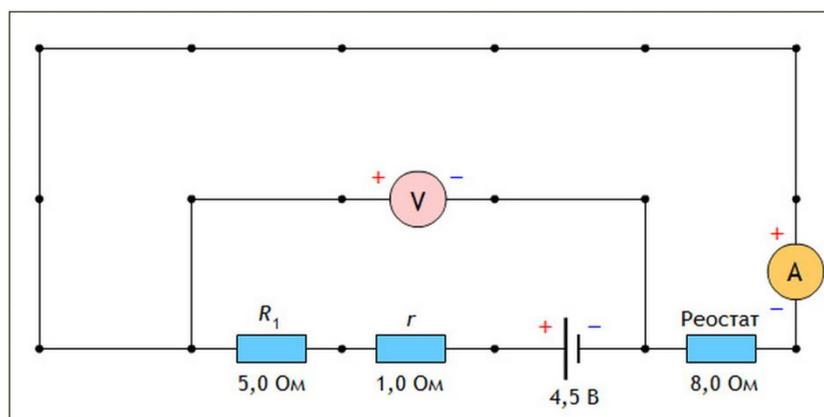


Рис.1.

1. Для этого сначала щелкните левой кнопкой мыши в голубой кнопке, слева от значка источника тока, расположенного в окне «Элементы схемы».

2. Переместите маркер мыши на рабочую часть экрана, где расположены точки. Щёлкните левой кнопкой мыши в рабочей части экрана, где будет расположен источник тока.
3. Аналогичным образом разместите справа от источника тока резистор, играющий роль переменного сопротивления и амперметр.
4. Затем слева расположите резистор нагрузки R_1 , резистор r – внутреннее сопротивление источника тока – и вольтметр, измеряющий напряжение на нагрузке.
5. Все элементы схемы соедините аналогичным образом между собой с помощью соединительных проводов так, как показано на рис. 1.
6. Установите значения параметров для источника тока и внутреннего сопротивления, указанные в таблице 1 для вашей бригады. Для этого щелкните левой кнопкой мыши на голубой кнопке значка «резистор с перекрещенным гаечным ключом», расположенной в окне «Управление».
7. Затем щелкните на цифре, расположенной под элементом схемы, и на появившемся регуляторе установите необходимое числовое значение конкретного элемента схемы, которые указаны в таблице 1 для вашей бригады.
8. Установите сопротивление реостата $R = 1$ Ом. Измерьте значения тока и разности потенциалов (щелкнув мышью по кнопке «Расчитать») и запишите их в таблицу 2.
9. Увеличивая сопротивление реостата R каждый раз на 1 Ом, повторите измерения силы тока и разности потенциалов по пункту 8 и заполните таблицу 2.
10. Включите в схему второй источник питания, как показано на рис. 2, и установите значения R_2 и δ_2 , соответствующие номеру вашей бригады.
11. Проведите на второй схеме все измерения пп. 8, 9.

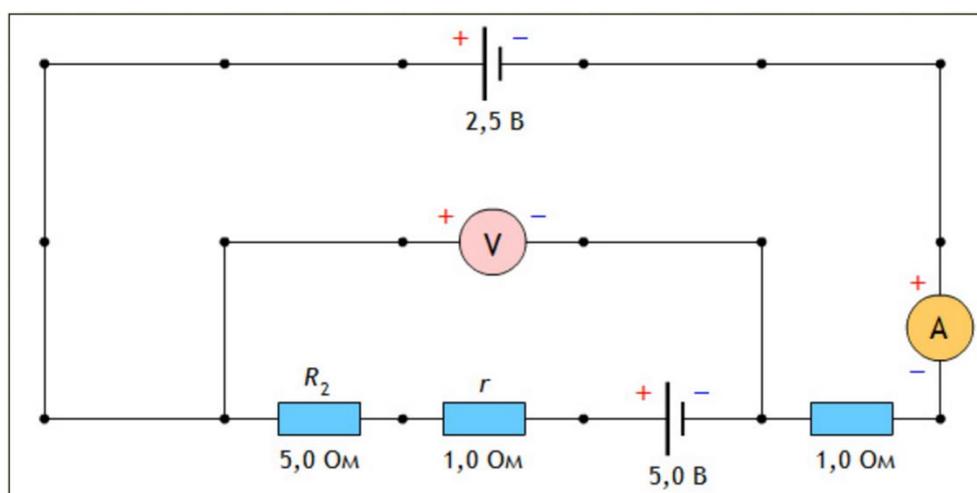


Рис. 2.

Таблица 1. Значения ЭДС (δ_1 и δ_2), внутреннего сопротивления источника (r), R_1 и R_2 .

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
δ_1 , В	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
δ_2 , В	-2,5	-3,5	-4,0	-3,5	-3,0	-4,5	-5,0	-5,5
r , Ом	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
R_1 , Ом	8,0	7,5	7,0	6,5	8,5	9,0	9,5	10,0
R_2 , Ом	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5

Таблица 2. Результаты измерений.

Номер измерения	$\delta_1 = \underline{\quad}, R_1 = \underline{\quad}, r = \underline{\quad}$			$\delta_1 = \underline{\quad}, \delta_2 = \underline{\quad}, r = \underline{\quad}$		
	R , Ом	U , В	I , А	R , Ом	U , В	I , А
1						
2						
...						
10						

Обработка результатов и оформление отчета

1. На одном графике постройте зависимость показаний вольтметра (ось ординат) от силы тока для первой и второй схем (ось абсцисс).
2. Экстраполируя оба графика до пересечения с осью ординат, определите по формуле (1) экспериментально установите значение ЭДС (δ_1) источника тока, включённого в неоднородный участок цепи, и сравните его с установочным значением.
3. По тангенсу наклона прямой к оси I определите полное сопротивление участка для двух схем и сравните его значение с установочным.
4. Для первой схемы определите внутреннее сопротивление источника тока, а второй – сопротивление R_2 . Сравните полученные значения с установочными.
5. Рассчитайте погрешности измерений и запишите окончательный результат.

Вопросы и задания

1. Выведите закон Ома в дифференциальной форме.
2. Что называется удельным сопротивлением проводника? От чего оно зависит?
3. Сформулируйте правила Кирхгофа для разветвлённых цепей.

4. Выведите формулы сопротивлений батарей последовательно и параллельно соединенных резисторов.
5. Сформулируйте закон Ома для полной цепи.
6. Объясните принцип действия экспериментальной установки. В чём принципиальная разница первого и второго варианта схем?

Лабораторная работа № 4

Цепи постоянного тока

Цель работы

- Знакомство с цепями постоянного тока и их компьютерными моделями.
- Экспериментальное подтверждение законов Ома и Кирхгофа.

Краткая теория

Определение величины (силы) тока:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Закон Ома для участка цепи: величина (сила) тока, текущего по однородному (в смысле отсутствия сторонних сил) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U на проводнике (для однородного участка цепи, не содержащего ЭДС)

$$I = \frac{1}{R}U,$$

где R – сопротивление проводника.

Резистором называется устройство, обладающее заданным постоянным сопротивлением.

Напряжением на резисторе: $U_R = IR$.

Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \delta_{12}}{R},$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы концов участка, δ_{12} – ЭДС, действующая на данном участке цепи.

Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\delta}{R_{\text{сум}}}.$$

где δ – суммарная ЭДС, действующая в цепи, $R_{\text{сум}}$ – суммарное сопротивление всей цепи.

Разветвленной цепью называется электрическая цепь, имеющая узлы.

Узлом называется точка, в которой сходится более чем два проводника. Ток, текущий к узлу, принято считать положительным, а ток, текущий от узла, считается отрицательным.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_k = 0.$$

Второе правило Кирхгофа: в каждом из замкнутых контуров, которые можно мысленно выделить в данной разветвленной цепи, алгебраическая сумма падений напряжения равна алгебраической сумме ЭДС:

$$\sum I_k R_k = \sum E_k.$$

При анализе разветвленной цепи, следует обозначить с одним индексом ток, протекающий по всем последовательно соединенным элементам от одного узла до другого. Направление каждого тока выбирается произвольно.

При составлении уравнений второго правила Кирхгофа токами и ЭДС нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным (как вам удобно) **направлением обхода**:

- ток принято считать положительным, если он совпадает с направлением обхода, и отрицательным, если он направлен против этого направления;
- ЭДС считается положительной, если ее действие (создаваемый ею ток) совпадает с направлением обхода.

Количество уравнений первое правило Кирхгофа должно быть на одно меньше количества узлов в данной цепи. Количество независимых уравнений второго правила Кирхгофа должно быть таким, чтобы общее количество уравнений в полученной системе уравнений оказалось равным количеству различных токов. Каждый новый контур при этом должен содержать хотя бы один участок цепи, не вошедший в уже рассмотренные контуры.

Методика и порядок измерений

В данной лабораторной работе исследуйте модель простейшей разветвленной электрической цепи, состоящей из трех источников ЭДС, подключенных параллельно к одному резистору (нагрузке).

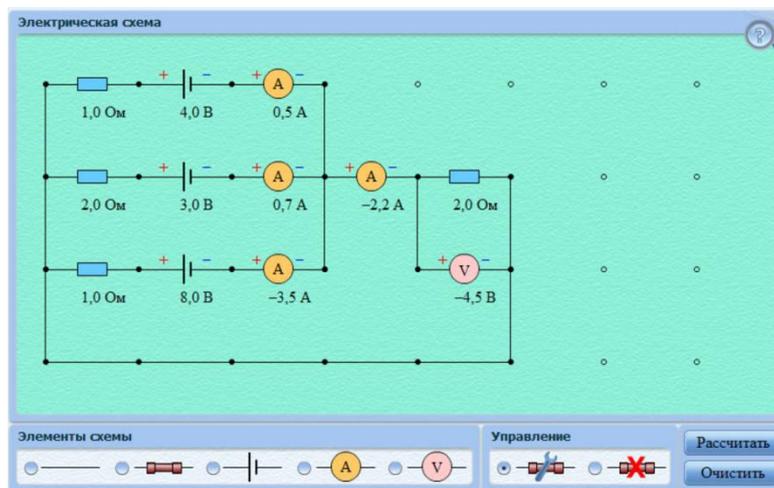


Рис. 1. Эквивалентная схема электрической цепи постоянного тока.

Внимательно рассмотрите рис. 1., найдите все основные элементы и зарисуйте их в конспект.

Нарисуйте в конспекте эквивалентную схему цепи, расположив источники один под другим и учитывая наличие внутреннего сопротивления у каждого источника. С учетом задания для вашей бригады из таблицы 1, укажите величины и знаки ЭДС, величины резисторов, направления токов в каждом участке и направление обхода каждого замкнутого контура. Составьте систему уравнений для нахождения токов в каждом участке.

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

Измерения

1. Соберите на экране заданную эквивалентную цепь. Для этого сначала щелкните левой кнопкой мыши над белой кнопкой около символа ЭДС в нижней части экрана (в ней появится черная точка). Переместите маркер мыши на рабочую часть экрана, где расположены точки. Ориентируйтесь на рисунок схемы в описании к данной ЛР. Щелкните левой кнопкой мыши в рабочей части экрана, там, где будет расположен первый источник ЭДС.
2. Переместите маркер мыши вниз на одну клетку и снова щелкните левой кнопкой под тем местом, где расположился первый источник. Там появится второй источник ЭДС. Аналогично разместите и третий источник.

3. Разместите далее последовательно с каждым источником резисторы (R_{i1} , R_{i2} и R_{i3}), изображающие внутреннее сопротивление каждого источника (щелкнув предварительно над кнопкой около изображения резистора в нижней части экрана) и амперметр (кнопка около «А» там же). Затем расположите резистор нагрузки и последовательно соединенный с ним амперметр. Под нагрузкой расположите вольтметр (прибор «V»), измеряющий напряжение на нагрузке.
4. Подключите соединительные провода. Для этого нажмите кнопку провода внизу экрана, после чего переместите маркер мыши в рабочую зону схемы. Щелкните левой кнопки мыши в точке, где проходит провод.
5. Установите значения параметров для каждого элемента. Для этого щелкните левой кнопкой мыши на кнопке со стрелкой. Затем щелкните на данном элементе. Подведите маркер мыши к кнопке появившегося регулятора, нажмите на левую кнопку мыши и, удерживая ее в нажатом состоянии, меняйте величину параметра и установите числовое значение, равное взятому из таблицы 1 для вашей бригады.
6. Измерьте значения всех токов и напряжения на нагрузке (щелкнув мышью на кнопке «Рассчитать») и запишите их табл. 2.
7. Меняя сопротивление резистора нагрузки R , повторите измерения параметров и заполните табл. 2.

Таблица 1. Значение ЭДС и внутреннего сопротивления источника.

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, E_2, E_3, В$	3,7, -2	4, -3,8	3,6, -4	-3,2,8	-6,5,8	5,8, -4	-4,6,7	8, -4,6
$R_1, R_2, R_3, Ом$	2,1,1	1,3,1	2,1,2	1,1,2	2,1,1	1,2,1	1,1,2	1,3,1

Таблица 2. Результаты измерений.

$R, Ом$	$I_1, А$	$I_2, А$	$I_3, А$	$I, А$	$U, В$
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Таблица 3. Результаты расчета.

$R, \text{ Ом}$	$I_1, \text{ А}$	$I_2, \text{ А}$	$I_3, \text{ А}$	$I, \text{ А}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Обработка результатов и оформление отчета

1. Запишите для вашей цепи решение системы уравнений для всех токов в общем виде.
2. Рассчитайте значения всех токов для каждого сопротивления нагрузки и запишите в табл. 3.
3. Постройте график экспериментальной зависимости падения напряжения на нагрузке U от тока I через нее.
4. Сформулируйте выводы по графику.

Вопросы и задачи

1. Что такое электрический ток?
2. Дайте определение величины (силы) тока.
3. Дайте определение разности потенциалов (напряжения).
4. Напишите формулу, связывающую приращение потенциалов и напряжение.
5. Что такое резистор?
6. Какое соединение элементов называется последовательным?
7. Какое соединение элементов называется параллельным?
8. Напишите формулу для сопротивления последовательно соединенных резисторов.
9. Напишите формулу для сопротивлений параллельно соединенных резисторов.
10. Напишите закон Ома для участка цепи. Сравните его с законом Ома в дифференциальной (локальной) форме.
11. Какой участок цепи называется неоднородным?
12. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
13. Какими характеристиками описывается источник ЭДС?
14. В каком месте находится внутреннее сопротивление источника ЭДС?
15. Как измерить ЭДС источника?
16. Что такое «короткое замыкание»?
17. Чему равен ток короткого замыкания?
18. Сформулируйте первый закон Кирхгофа.

19. Какое свойство заряда отражает первый закон Кирхгофа?
20. Запишите формулу для первого закона Кирхгофа.
21. Сформулируйте второй закон Кирхгофа.
22. Запишите формулу для второго закона Кирхгофа.
23. Что такое узел электрической цепи?
24. Что такое полная электрическая цепь?

Лабораторная работа № 5

Определение удельного заряда частицы методом отклонения в магнитном поле

Цель работы

- Знакомство с компьютерным моделированием движения заряженных частиц в магнитном поле.
- Ознакомление с принципом работы масс-спектрометра.
- Определение удельного заряда изотопов.

Краткая теория

Сила Лоренца – сила, действующая на движущуюся со скоростью v в однородном магнитном поле с индукцией B частицу с зарядом q :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Модуль этой силы равен:

$$F = qvB \sin \alpha, \quad (2)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} . Сила Лоренца направлена перпендикулярная скорости частицы, сообщает ей только нормальное ускорение и вызывает искривление траектории частицы.

Если частица влетает в однородное магнитное поле в направлении, перпендикулярном линиям магнитной индукции, то частица будет двигаться по дуге окружности, плоскость которой перпендикулярна линиям индукции. Радиус окружности можно найти из второго закона динамики:

$$m \frac{v^2}{R} = qvB. \quad (3)$$

Удельным зарядом частицы называется отношение заряда частицы к ее массе. Тогда из формулы (3) удельный заряд будет равен:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB}. \quad (4)$$

Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

равен

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (5)$$

и не зависит от скорости.

Масс-спектрометром называется прибор, для разделения ионизованных молекул и атомов (изотопов) по их массам, основанный на воздействии электрических и магнитных полей на пучки ионов, летящих в вакууме. Простейшая модель масс-спектрометра показана на рис. 1.

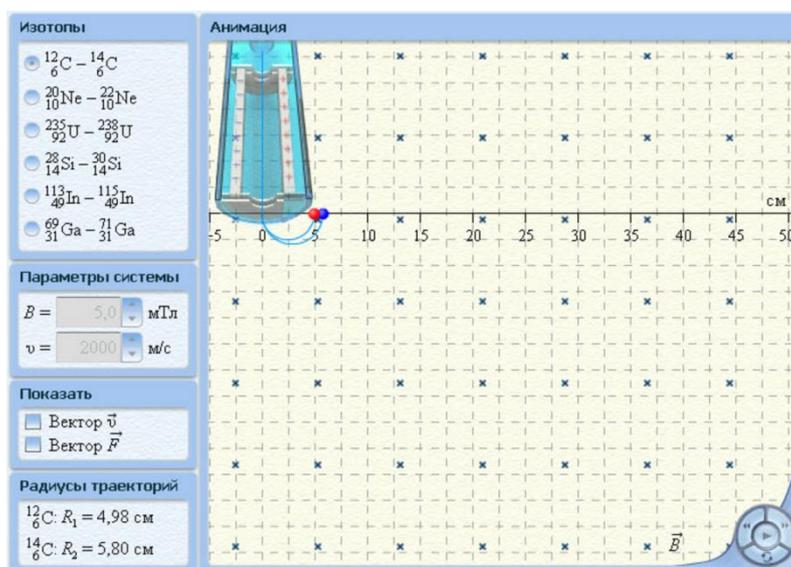


Рис. 1. Простейшая модель масс-спектрометра.

Методика и порядок измерения

1. Подведите маркер мыши к движку регулятора величины магнитной индукции и окне «Параметры системы», нажмите левую кнопку мыши и, удерживая её в нажатом состоянии, двигайте движок, установив числовое значение B , взятое из таблицы 1 для вашей бригады.
2. Аналогичным образом, зацепив мышью движок регулятора скорости, установите минимальное значение 10^3 м/с.
3. Нажмите мышью кнопку «Изотопы $C^{12}-C^{14}$ ».
4. Нажмите мышью кнопку «Пуск» и синхронно включите секундомер. Проследите за движением двух изотопов в магнитном

поле модельного масс-спектрометра и по секундомеру определите время этого движения.

5. Запишите в таблицу 2 значения радиусов окружностей, по которым двигались эти изотопы (они показаны в нижнем окне) и время движения изотопов в вакуумной камере масс-спектрометра.
6. Нажмите мышью кнопку «Возврат» и, последовательно увеличивая скорость частиц на 10^3 м/с, сделайте пп. 4–5 еще 9 раз и заполните таблицу 2.
7. Нажмите мышью кнопку «Изотопы $\text{Ne}^{20}\text{--Ne}^{22}$ », проведите измерения пп. 4–6 и заполните таблицу 3.
8. Проведите аналогичные измерения с изотопами урана и индия и заполните таблицы 4 и 5.

Таблица 1. Значения магнитной индукции B .

Номер бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
B , мТл (таблица 2, 3)	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
B , мТл (таблица 4, 5)	9,0	9,1	9,2	9,3	9,4	9,5	9,6	9,7

Таблица 2, 3, 4. Результаты измерений и расчетов.

$B = \underline{\hspace{2cm}}$										
$v \cdot 10^3$, м/с	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
R_1 , см										
R_2 , см										
$T_{1/2}$, с										
q_1/m_1 , Кл/кг										
q_2/m_2 , Кл/кг										
Табличные значения: $q_1/m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $q_2/m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.										

Обработка результатов и оформление отчета

1. Вычислите по формуле (4) удельные заряды изотопов углерода, неона, урана и индия и запишите полученные значения в соответствующие таблицы.

- Используя справочные материалы по физики и химии, определите табличные значения удельных зарядов исследованных изотопов и сравните их с полученными в опыте.
- Постройте график зависимости времени пролёта изотопов в камере масс-спектрометра от их скорости и сделайте выводы по результатам анализа этого графика.
- Проведите оценку погрешностей проведенных измерений.

Полезные сведения:

- Атомная единица массы (а. е. м.) = $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг.
- Элементарный заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Вопросы и задания

- Как определяется направление действия силы Лоренца?
- Почему сила Лоренца не совершает работы?
- Как будет двигаться заряженная частица в магнитном поле, если угол α между векторами \vec{B} и \vec{v} меньше $\pi/2$?
- Ионы двух изотопов с массами m_1 и m_2 , имеющие одинаковый заряд и прошедшие в электрическом поле одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетают в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. Найдите отношение радиусов окружностей, по которым будут двигаться ионы в магнитном поле.
- Определите, во сколько раз изменится радиус окружности, по которой заряженная частица движется в однородном магнитном поле, если её кинетическую энергию увеличить в n раз?
- Определите удельный заряд иона, который в масс-спектрометре совершает один оборот за 628 мкс в однородном магнитном поле с индукцией 50 мТл.
- Пучок ионов, влетающих в вакуумную камеру масс-спектрометра перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля, расщепляется (рис. 2). Определите, какая траектория соответствует: а) большему импульсу, если ионы имеют одинаковые заряды, но разные импульсы; б) большему заряду, если частицы имеют одинаковые импульсы, но разные заряды?
- Два электрона движутся в одном и том же однородном магнитном поле по орбитам с радиусами R_1 и R_2 ($R_1 > R_2$). Сравните их угловые скорости.
- В однородном магнитном поле движутся по окружностям протон и α -частица, имея равные кинетические энергии. Какая из этих частиц будет иметь орбитальный магнитный момент и период вращения больше и во сколько раз?

10. Заряженная частица влетела в однородное магнитное поле под углом $\alpha < \pi/2$ между векторами \vec{B} и \vec{v} . Определите, отличны ли от нуля тангенциальная и нормальная составляющие ускорения частицы?
11. Заряженная частица летит прямолинейно и равномерно в однородном электромагнитном поле, представленном суперпозицией взаимно перпендикулярных электрических (напряжённость E) и магнитных (индукцией B) полей. Найдите скорость движения частицы.

Лабораторная работа № 6

Вынужденные колебания в RLC -контуре

Цель работы

- Знакомство с процессами в колебательных RLC -контуре и их компьютерном моделировании.
- Экспериментальное подтверждение закономерностей при вынужденных колебаниях в RLC -контуре.

Краткая теория

Повторите основные определения для периодического (колебательного) движения и гармонических колебаний. Прочитайте также снова теорию, в которой рассмотрены свободные колебания в контуре.

Колебательным контуром называют замкнутую электрическую цепь, содержащую конденсатор, катушку индуктивности, резистор и источник с переменной ЭДС.

Вынужденными называют колебания в контуре, возникающие при периодическом изменении величины ЭДС источника.

Установившимися называют колебания, амплитуда которых со временем не меняется.

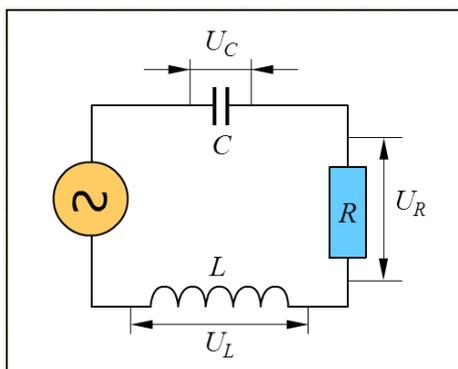


Рис. 1. Эквивалентная схема последовательного колебательного контура.

Если ЭДС источника в контуре меняется по гармоническому закону, то наблюдается **вынужденные гармонические колебания** тока и напряжения на отдельных элементах цепи.

Характеристику, меняющуюся со временем по гармоническому закону, иногда удобно описывать с помощью **комплексной величины**.

Комплексное число (КЧ) есть упорядоченная пара алгебраических чисел. *Алгебраическое* представление комплексного числа имеет вид суммы двух слагаемых:

$$\hat{Z} = A + iB = \operatorname{Re}\hat{Z} + i\operatorname{Im}\hat{Z},$$

где $A = \operatorname{Re}\hat{Z}$ – действительная часть, $B = \operatorname{Im}\hat{Z}$ – мнимая часть, $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Экспоненциальное представление КЧ выглядит, как произведение

$$\hat{Z} = Z e^{i\phi_k}$$

где Z – модуль, ϕ – фаза комплексного числа.

Оба представления одного комплексного числа связаны друг с другом:

$$|\hat{Z}| = Z = \sqrt{A^2 + B^2}, \operatorname{tg} \phi = \frac{B}{A}, A = Z \cos \phi, B = Z \sin \phi.$$

Графически \hat{Z} можно изобразить, как радиус-вектор на комплексной плоскости: его длина равна Z , а угол между вектором и горизонтальной (действительной) осью равен ϕ .

Действительная часть КЧ есть проекция радиус-вектора \hat{Z} на горизонтальную ось, а мнимая часть – проекция на вертикальную ось.

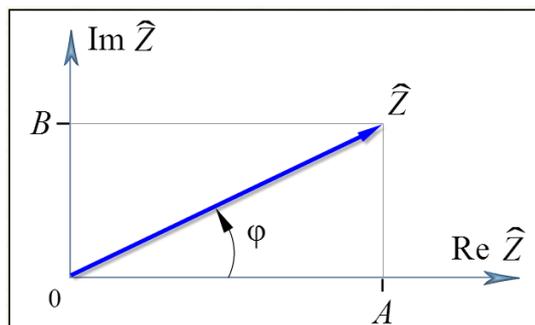


Рис. 2. Графическая интерпретация комплексного числа.

Комплексный ток и комплексное напряжение

Гармонически изменяющаяся физическая характеристика, например, величина тока зависит от времени по закону синуса или косинуса:

$$I(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \phi_{0I}).$$

Точно такое же выражение получится, если взять комплексный ток в виде:

$$\hat{I}(t) = I_{max} e^{i(\omega t + \phi_{0I})}$$

И спроектировать его на горизонтальную ось, т.е.

$$I(t) = \text{Re } \hat{I}(t).$$

В чем же удобство комплексных физических характеристик по сравнению с обычными гармоническими? Рассмотрим их более внимательно.

Запишем комплексный ток, используя свойство показательной функции:

$$\hat{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi_{0I})} = (I_0 e^{i\phi_{0I}}) e^{i\omega t} = \hat{I}_0 e^{i\omega t}.$$

Второй сомножитель $e^{i\omega t}$ описывает вращение радиус-вектора в комплексной плоскости с угловой скоростью ω , а первый сомножитель (в скобках) является радиус-вектором в начальный момент времени ($t = 0$). Этот сомножитель, который можно считать мгновенной фотографией вектора в начальный момент времени, получил название комплексная амплитуда (в данном случае величины тока I_0).

Используя понятие комплексной амплитуды, можно записать выражение для комплексных токов и напряжений:

$\hat{I}(t) = \hat{I}_0 e^{i\omega t}$, $\hat{U}(t) = \hat{U}_0 e^{i\omega t}$ – это радиус-векторы в комплексной плоскости, которые вращаются с угловой скоростью ω .

Здесь $\hat{U}_0 = U_0 e^{i\phi_{0U}}$ – **комплексная амплитуда напряжения**;

$\hat{I}(t) = I_0 e^{i\phi_{0I}}$ – **комплексная амплитуда тока**.

\hat{I}_0 и \hat{U}_0 – комплексные векторы, которые на комплексной плоскости неподвижны и составляют углы ϕ_{0I} и ϕ_{0U} с горизонтальной осью. Они соответствуют «мгновенной фотографии» реальных комплексных токов и напряжений, сделанной в начальный момент времени ($t = 0$).

Комплексная амплитуда – сама комплексная величина, взятая в начальный момент времени. Очень часто можно исследовать комплексные амплитуды вместо самих комплексных физических характеристик, что намного удобнее, поскольку радиус-векторы комплексных амплитуд неподвижны.

Рассмотрим некоторый элемент электрической цепи, через который идет гармонический ток $I(t)$ и между клеммами которого есть переменное напряжение $U(t)$. Представим ток и напряжение в комплексном виде:

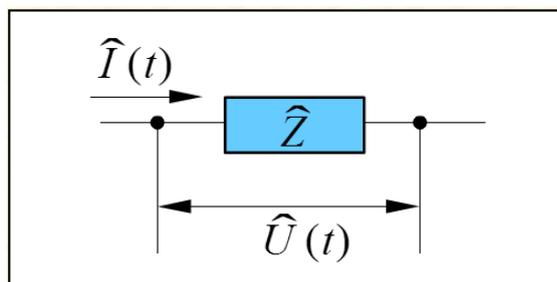


Рис. 3. Схематическое изображение элемента цепи переменного тока.

Элемент цепи называется *линейным*, если напряжение на нем и ток через него меняются по гармоническому закону с одной и той же частотой, а амплитуда напряжения пропорциональна амплитуде тока

$$U_0 = ZI_0.$$

где Z называется *полным электрическим сопротивлением цепи*. Если коэффициент пропорциональности считать комплексным

$$\begin{aligned}\hat{Z} &= Ze^{i\phi_k}, \\ Z &= Ze^{i\phi_s},\end{aligned}$$

то аналогичное соотношение будет выполняться и для комплексных амплитуд.

$$\hat{U}_0 = \hat{Z}\hat{I}_0. \quad (1)$$

Поскольку между комплексными амплитудами тока и напряжения в общем случае существует разность фаз:

$$\Delta\phi = \phi_{0U} - \phi_{0I} = \phi_Z,$$

Из формулы (1) видно, что *импеданс* – это отношение комплексной амплитуды напряжения на данном элементе, к комплексной амплитуде тока через данный элемент.

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}_0}{\hat{I}_0} = \frac{U_0}{I_0} e^{i\Delta\phi}.$$

Модуль импеданса называется **полным электрическим сопротивлением** цепи.

Импеданс равен отношению комплексных амплитуд:

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}_0}{\hat{I}_0} = \frac{U_0}{I_0} e^{i\Delta\phi},$$

где $\Delta\phi = \phi_U - \phi_I$ – разность фаз между напряжением и током на данном элементе. Полное электрическое сопротивление равно отношению «настоящих» амплитуд напряжения и тока.

Полное электрическое сопротивление равно отношению «настоящих» амплитуд напряжения и тока:

$$Z = |\hat{Z}| = \frac{U_0}{I_0}.$$

Рассмотрим отдельные элементы цепи переменного тока.

А) **Резистор:**

$$\hat{Z}_R = \frac{\hat{U}_{0R}}{\hat{I}_{0R}} = \frac{U_{0R}}{I_{0R}} e^{i\Delta\phi_R} = R \cdot e^{i\Delta\phi_R}$$

и, так как фазы напряжения и тока в резисторе совпадают, $\Delta\phi_R = 0$, и импеданс резистора равен R :

$$Z_R = X_R = R.$$

Б) **Катушка индуктивности.** По определению

$$\hat{Z}_L = \frac{\hat{U}_{0L}}{\hat{I}_{0L}} = \frac{U_{0L}}{I_{0L}} e^{i\Delta\phi_L}. \quad (2)$$

В катушке действует закон электромагнитной индукции (самоиндукции):

$$\delta_{с.и.} = -L \frac{dI_L}{dt}.$$

Использував его для комплексных величин, получим:

$$\hat{U}_L = -\hat{\delta}_m = L \frac{d\hat{I}_L}{dt}. \quad (3)$$

Пусть $\hat{I}_L = \hat{I}_{0L} e^{i\omega t}$, тогда $\frac{d\hat{I}_L}{dt} = \hat{I}_{0L} e^{i\omega t} (i\omega)$.

После подстановки в уравнение (3) получим

$$\hat{U}_L = L(i\omega) [\hat{I}_{0L} e^{i\omega t}].$$

Для комплексной амплитуды напряжения

$$\hat{U}_{0L} = i\omega L \cdot \hat{I}_{0L}.$$

После подстановки в уравнение (2) получим импеданс катушки индуктивности

$$\hat{Z}_L = \hat{X}_L = i\omega L.$$

Напряжение на катушке *опережает* по фазе ток через нее на $\pi/2$.

В) **Конденсатор**. По определению

$$\hat{Z}_C = \frac{\hat{U}_{0C}}{\hat{I}_{0C}} = \frac{U_{0C}}{I_{0C}} e^{i\Delta\Phi_C}. \quad (4)$$

Напряжение на конденсаторе: $U_C = \frac{Q}{C}$.

Дифференцируем по времени: $\frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} I_C$

и переписываем для комплексных величин

$$\frac{d\hat{U}_C}{dt} = \frac{1}{C} \hat{I}_C \quad (5)$$

Пусть $\hat{U}_C = \hat{U}_{0C} e^{i\omega t}$,

тогда из (5) следует

$$\hat{I}_C = C \frac{d\hat{U}_C}{dt} = C \cdot i \cdot \omega \cdot \hat{U}_C = i\omega C \hat{U}_{0C} e^{i\omega t}.$$

Комплексная амплитуда тока

$$\hat{I}_{0C} = i\omega C \hat{U}_{0C}.$$

Подставляем в (4) и находим

$$\frac{\hat{U}_{0C}}{\hat{I}_{0C}} = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C};$$

отсюда

$$\hat{Z}_C = \hat{X}_C = -\frac{i}{\omega C}.$$

– комплексное сопротивление (импеданс) конденсатора.

Напряжение на конденсаторе *отстает* по фазе от тока через него на $\pi/2$.

Модуль комплексного сопротивления (катушки или конденсатора) называется **реактивным сопротивлением** (индуктивным или емкостным). Обозначается символом без крышечки над ним.

Для катушки индуктивности $X_L = \omega L$ и для конденсатора $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

Рассмотрим колебательный контур.

Все элементы в контуре соединены последовательно, поэтому для нахождения импеданса контура надо просуммировать импедансы всех элементов:

$$\hat{Z}_K = R + \hat{X}_L + \hat{X}_C.$$

После подстановки можем получить модуль импеданса, то есть полное сопротивление контура:

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Резонансом для тока называется явление резкого увеличения амплитуды колебаний тока при приближении частоты ЭДС к некоторому значению, называемому резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$. Нетрудно видеть, что максимум амплитуды тока будет тогда, когда минимального полное сопротивление контура, или

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ и } Z_{\text{рез}} = R.$$

Отсюда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

что соответствует частоте свободных колебаний в контуре.

Максимум напряжения на конденсаторе соответствует резонансу для напряжения, который наблюдается при несколько меньшей частоте ЭДС:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2\delta^2}{\omega_0^2}},$$

где $\delta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания для данного контура.

Для малых коэффициентов затухания можно использовать приближенное выражение для корня. Тогда

$$\frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega_0} = 1 - \left(\frac{\delta}{\omega_0}\right)^2 = 1 - \left(\frac{R}{2L\omega_0}\right)^2 = 1 - \frac{R^2 C}{4L}.$$

Отсюда

$$\frac{R^2 C}{4L} = 1 - \frac{\omega_{\text{рез}}}{\omega_0} \quad \text{и} \quad \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{4L}{R^2 C} = \frac{4p^2}{R^2},$$

где

$$p = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

называется характеристическим сопротивлением контура. Амплитуда резонансного напряжения на конденсаторе U_{0C} пропорциональна амплитуде ЭДС и добротности контура Q :

$$U_{0C} = Q \cdot \delta_0.$$

При не слишком большом затухании в контуре добротность определяется соотношением:

$$Q = \frac{p}{R}.$$

Чем больше добротность, тем «острее» резонанс.

Сравним (1) и (2), получим

$$\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 4Q^2.$$

Резонансной кривой напряжения называется зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе U_{0C} от частоты ЭДС (на рис. 4 величина U_{0C} делится на постоянную величину U , равную амплитуде ЭДС).

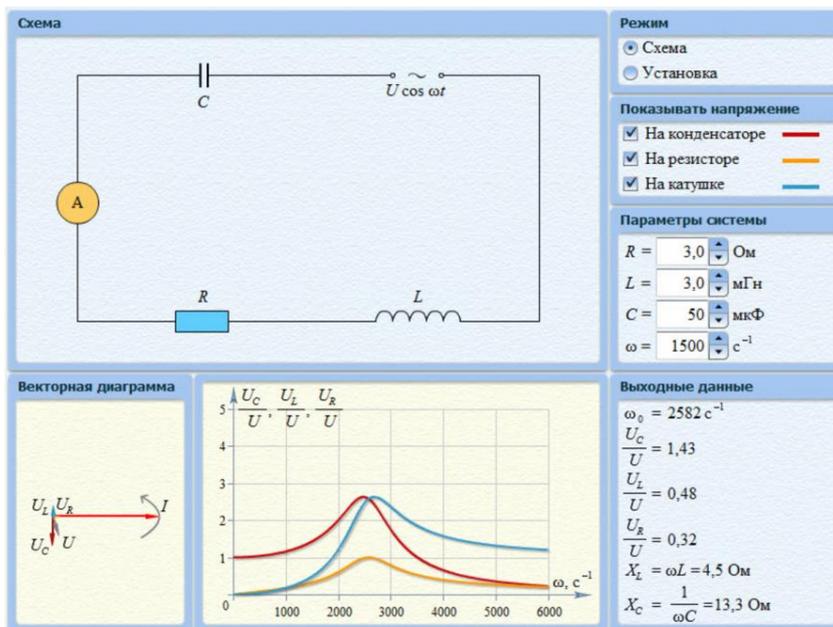


Рис. 4. Модель колебательного контура с источником гармонической ЭДС.

Методика и порядок измерений

Внимательно рассмотрите рис. 4 для компьютерной модели.

Перерисуйте необходимое в конспект, используя обозначения, принятые в нашей теоретической части (δ_0 вместо U , U_{0C} вместо U_C , U_{0L} вместо U_L и U_{0R} вместо U_R).

Таблица 1. (не перерисовывать) Исходные данные.

Бригады	1	2	3	4	5	6	7	8
L , мГн	5,0	5,0	4,7	4,1	3,8	4,1	3,5	3,3
C , мкФ	35	32	34	36	36	31	34	33

Таблица 2. Результаты измерений и расчетов $\omega_0 = \text{---}$ рад/с.

R, Ом	3,2	4,0	5,0	6,0
$\omega_1, 10^3$ рад/с				
$\omega_2, 10^3$ рад/с				
$\omega_{\text{рез}} = (\omega_1 + \omega_2)/2, 10^3$ рад/с				
$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{\text{рез}}, 10^3$ рад/с				
$\omega_0/\Delta\omega$				
$Q = U_{0C}/\delta_0$				
Q^2				

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

Измерения

1. Установите указанные в табл. 1. для вашей бригады значения
 - L – индуктивность катушки;
 - C – значение емкости конденсатора,

щелкая мышью по кнопкам соответствующих регуляторов.

2. Внесите в заголовок табл. 2 значение частоты свободных колебаний ω_0 .
3. Установите первое значение сопротивление резистора, указанное в таблице 2.
4. Установите значение частоты источника ЭДС, близкое к ω_0 .
5. Уменьшая величину частоты источника ЭДС, следите за числовым значением нормированной амплитуды напряжения на конденсаторе (U_{0C}/δ_0), которая численно равна добротности контура Q .
6. Добейтесь максимального значения добротности. Запишите в таблицу 2 частоты ω_1 и ω_2 соответствующие границам диапазона частоты, где добротность максимальна.
7. Повторите измерения для других значений сопротивления резистора из табл. 2.

Обработка результатов и оформление отчета

1. Рассчитайте все величины и заполните табл. 2.
2. Постройте на одном листе графики зависимости обратного нормированного отклонения резонансной частоты $\omega_0/\Delta\omega$ от квадрата добротности Q^2 .
3. Сделайте выводы по графику, используя для сравнения формулу (3).

Вопросы и задания

1. Дайте определение вынужденным колебаниям.
2. Что такое колебательный контур?
3. Когда возникают вынужденные гармонические колебания?
4. Как графически изображается комплексная величина?
5. Что такое комплексная амплитуда тока или напряжения?
6. Дайте определение импеданса.
7. Что такое полное электрическое сопротивление?
8. Чему равен импеданс резистора?
9. Чему равен импеданс идеальной катушки индуктивности?
10. Как формируется закон электромагнитной индукции для катушки?
11. Чему равен импеданс конденсатора?
12. Чему равны реактивные сопротивления катушки и конденсатора?
13. Чему равно реактивное сопротивление последовательно соединенных катушки и конденсатора?
14. Чему равен импеданс колебательного контура?
15. Чему равно полное сопротивление колебательного контура?
16. Дайте определение резонанса для тока в колебательном контуре.
17. На какой частоте наблюдается резонанс для тока в колебательном контуре?
18. На какой частоте наблюдается резонанс для напряжения на конденсаторе в колебательном контуре?
19. Чему равно отношение амплитуд напряжения на конденсаторе при резонансе и ЭДС?
20. Чему равно характеристическое сопротивление контура? Как оно влияет на добротность?
21. Что такое резонансная кривая контура?

Литература:

1. Трофимова Т. И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2006.
2. Детлаф А. А., Яровский Б. М. Курс физики. М.: Высшая школа, 2000.